Rekenen aan Hypotheken

Tom Verhoeff

Augustus 1994

1 Inleiding

Als je een huis wilt kopen en niet genoeg geld hebt, dan zul je dit geld moeten lenen en daardoor een schuld aangaan. Aan zo'n lening zijn natuurlijk ook kosten verbonden, die je naast het schuldbedrag (terug)betaalt. Om de kosten van de lening (relatief) laag te houden, kun je je huis in onderpand (hypotheek) geven, opdat de geldschieter (credietverlener) meer zekerheid heeft.

Er zijn verschillende methoden om de aangegane schuld af te lossen en de bijkomende kosten te betalen. Men noemt dit (ten onrechte) vaak hypotheekvormen. De meest bekende zijn: de lineaire hypotheek, de annuïteitenhypotheek en de spaarhypotheek. Voor de geldschieter zijn de laatste twee in zekere zin equivalent.[1] Om belastingtechnische redenen zijn ze dat niet voor de geldlener (consument). Ik zal nu deze aflosvormen en hun (in)equivalentie toelichten en tevens een nieuwe aflosvorm suggereren.

2 Lineaire hypotheek

De kosten van een geldlening hangen (uiteraard) af van de grootte van het geleende bedrag en van de tijdsduur dat men over het bedrag wil beschikken. Hoe meer geld men leent en hoe langer men het leent, des te hoger zijn de kosten. Het is gebruikelijk bij geldleningen dat de kosten (ook wel rente genoemd) per tijdseenheid een percentage van de schuld bedragen. (Hoe dat gebruik precies is ontstaan en waarom het redelijk is weet ik niet.)

Stel dat de (initiële) schuld S bedraagt en dat deze in N termijnen afgelost dient te worden tegen een (debet)rentepercentage van d per termijn. In termijn k ($0 \leq k < N$) betaalt men de geldschieter een aflossing A_k en een rente R_k. Er is nog enige keuzevrijheid wat betreft de grootte van de aflossingen A_k. Uiteraard zal moeten gelden

$$S \quad = \quad (\Sigma\, k : 0 \leq k < N : A_k) \tag{1}$$

[1] Dit was nieuw voor mij, en een reden om het eens op papier te zetten.

d.w.z. de hele schuld is na N termijnen precies afgelost. De (rest)schuld S_k in termijn k wordt gegeven door

$$\begin{aligned} S_k &= S - (\Sigma\, i : 0 \le i < k : A_k) \\ &= (\Sigma\, i : k \le i < N : A_k) \end{aligned} \tag{2}$$

Hiermee ligt dus de rente R_k over termijn k vast:

$$R_k = d * S_k \tag{3}$$

We hebben nu $N + 1$ vergelijkingen voor de $2N$ onbekenden A_k en R_k. Bij de lineaire aflossing kiest men alle A_k gelijk. Uit (1), (2) en (3) volgt dan

$$\begin{aligned} A_k &= S/N \\ S_k &= S * (N - k)/N \\ R_k &= d * S * (N - k)/N \end{aligned}$$

Het totaal uitgegeven aan rente bedraagt

$$\begin{aligned} TR &= (\Sigma\, k : 0 \le k < N : R_k) \\ &= d * S * (\Sigma\, k : 0 \le k < N : N - k)/N \\ &= d * S * (N + 1)/2 \end{aligned}$$

3 Annuïteitenhypotheek

Bij een aflossing in annuïteiten kiest men alle $A_k + R_k$ gelijk. Dit levert nog eens $N - 1$ vergelijkingen:

$$A_k + R_k = A_{k+1} + R_{k+1} \tag{4}$$

voor $0 < k + 1 < N$. De zo verkregen $2N$ vergelijkingen zijn als volgt op te lossen. Ten eerste leiden we voor de rentes af:

$$\begin{aligned} R_0 &= d * (S - (\Sigma\, i : 0 \le i < 0 : A_i)) \\ &= d * S \end{aligned} \tag{5}$$

en

$$\begin{aligned} R_{k+1} &= d * (S - (\Sigma\, i : 0 \le i < k + 1 : A_i)) \\ &= d * (S - (\Sigma\, i : 0 \le i < k : A_i) - A_k) \\ &= d * (S - (\Sigma\, i : 0 \le i < k : A_i)) - d * A_k \\ &= R_k - d * A_k \end{aligned} \tag{6}$$

Merk op dat aanname (4) hierbij nog geen rol speelt, d.w.z. (5) en (6) gelden ook voor de lineaire aflossing. Vervolgens leiden we voor de aflossingen m.b.v. (4) en (6) af

$$\begin{aligned} A_{k+1} &= A_k + R_k - R_{k+1} \\ &= A_k + d * A_k \\ &= (1 + d) * A_k \end{aligned} \tag{7}$$

Met volledige inductie volgt nu

$$A_k \quad = \quad (1+d)^k * A_0 \tag{8}$$

We bepalen tenslotte A_0 m.b.v. (1) uit

$$\begin{aligned} S &= (\Sigma\, k : 0 \le k < N : A_k) \\ &= (\Sigma\, k : 0 \le k < N : (1+d)^k * A_0) \\ &= A_0 * ((1+d)^N - 1)/d \end{aligned}$$

Dit geeft

$$A_0 \quad = \quad d * S/((1+d)^N - 1)$$

Het annuïteitenbedrag, dat iedere termijn aan de geldschieter wordt betaald, is dus

$$\begin{aligned} A_0 + R_0 &= d * S/((1+d)^N - 1) + d * S \\ &= d * S/(1 - (1+d)^{-N}) \end{aligned}$$

Het totaal uitgegeven bedrag TB vinden we als volgt:

$$\begin{aligned} TB &= (\Sigma\, k : 0 \le k < N : A_k + R_k) \\ &= N * (A_0 + R_0) \\ &= d * S * N/(1 - (1+d)^{-N}) \end{aligned}$$

Het totaal uitgegeven aan rente bedraagt

$$\begin{aligned} TR &= (\Sigma\, k : 0 \le k < N : R_k) \\ &= (\Sigma\, k : 0 \le k < N : A_k + R_k) - (\Sigma\, k : 0 \le k < N : A_k) \\ &= TB - S \\ &= S * ((d * N - 1)(1+d)^N + 1)/((1+d)^N - 1) \end{aligned}$$

4 Spaarhypotheek

De aflossingsvorm waarbij gespaard wordt steekt als volgt in elkaar. De schuld blijft gedurende de hele looptijd staan en wordt pas op het einde in één keer afgelost. Dit houdt in dat de rente voor iedere termijn hetzelfde is:

$$R_k \quad = \quad d * S$$

Om uiteindelijk de aflossing te kunnen doen wordt er gespaard. Hiervoor betaalt men per termijn een premie P_k die in een “spaarpot” gaat. Over het tegoed in de spaarpot wordt (credit)rente vergoed tegen een (credit)rentepercentage van c per termijn. Door “rente-op-rente” groeit het tegoed extra hard. Voor het tegoed T_k in termijn k geldt

$$\begin{aligned} T_0 &= 0 \\ T_{k+1} &= (1+c) * T_k + P_k \end{aligned}$$

waarbij we er vanuit zijn gegaan dat de premie op het eind van de periode gestort wordt. Derhalve vinden we

$$T_k \;=\; (\Sigma\, i : 0 \leq i < k : (1+c)^i * P_{k-i+1})$$

Als we de premie even constant veronderstellen, zeg $P_k = P$, dan geldt

$$\begin{aligned} T_k &= (\Sigma\, i : 0 \leq i < k : (1+c)^i * P) \\ &= P * ((1+c)^k - 1)/c \end{aligned}$$

Na N termijnen is het tegoed dus gegroeid tot $T_N = P * ((1+c)^N - 1)/c$. We kunnen nu uitrekenen hoe groot de premie P moet zijn om aan het eind met de spaarpot de hele schuld S af te kunnen lossen. Door $T_N = S$ te stellen vinden we

$$P \;=\; c * S/((1+c)^N - 1)$$

De totale uitgaven aan premie TP en rente TR zijn

$$\begin{aligned} TP &= c * S * N/((1+c)^N - 1) \\ TR &= d * S * N \end{aligned}$$

Per termijn wordt aan de geldschieter betaald

$$P_k + R_k \;=\; c * S/((1+c)^N - 1) + d * S$$

Als we even veronderstellen dat $c = d$, d.w.z. de creditrente en debetrente zijn gelijk[2], dan zien we dat de termijnbetaling bij deze spaarhypotheek precies gelijk is aan het annuïteitenbedrag bij de annuïteitenhypotheek; alleen de opdeling van het bedrag in rente en aflossing dan wel premie verschilt. De geldschieter ziet echter geen verschil, want die krijgt iedere termijn hetzelfde bedrag binnen. Voor de geldlener maakt het i.h.a. wel uit omdat de debetrente een aftrekpost vormt bij de verrekening van de belastingen. De creditrente komt alleen ter sprake aan het einde van de looptijd van de lening als de spaarpot wordt omgekeerd. De fiscus zal dan wel kijken hoe het precies gegaan is, maar er zijn omstandigheden waaronder de creditrente belastingvrij is. (Ik snap trouwens niet waarom onze belastingregels zo zijn dat debetrente aftrekbaar is en dat creditrente soms belastingvrij is.)

5 Vergelijking

Ik illustreer een en ander met een voorbeeld. In Tabel 1 staat voor verscheidene hypotheekvormen welke bedragen er mee gemoeid zijn als 300.000 geleend is[3] voor 30 termijnen tegen 8% rente. Naast de drie behandelde hypotheekvormen komen ook een aangepaste vorm van annuïteitenhypotheek aan bod, waarbij het netto

[2] Dat $c = d$ is niet zo gek, immers wat geldschieters vergoeden als creditrente voor uitstaande tegoeden kunnen ze betrekken via de geïnde debetrente op schulden. Sommige geldschieters bieden $c = d$ zwart op wit.

[3] Alle bedragen zijn lineair in de schuld S.

termijnbedrag constant is, en een aflossingsvrije vorm, waarbij eigen kapitaal een rol speelt. De tabel wordt hieronder toegelicht. Het belastingpercentage b speelt een rol bij de nettobedragen, die verkregen zijn als aflossing (dan wel premie) plus $1-b$ maal de rente (de rente is immers een aftrekpost).

	Hypotheekvorm				
	lineair	annuïteiten	aangepast	spaar	afl. vrij
aflossing per termijn	10.000	var.	var.	—	—
rente per termijn	var.	var.	var.	24.000	24.000
premie per termijn	—	—	—	2.648	—
termijnbedrag (bruto)	var.	26.648	var.	26.648	24.000
termijnbedrag (netto)	var.	var.	17.349	14.648	12.000
totale aflossing	300.000	300.000	300.000	—	—
totale rente	372.000	499.447	440.942	720.000	720.000
totale premie	—	—	—	79.447	29.813
totale betaling (bruto)	672.000	799.447	740.942	799.447	749.813
totale betaling (netto)	486.000	549.723	520.470	439.447	389.813

Tabel 1: Voorbeeld met $N = 30$, $S = 300.000$, $d = c = 8\%$, $b = 50\%$

Bij de lineaire hypotheek begint de termijnrente op 24.000 en neemt deze lineair af met 800 per termijn. De bruto en netto termijnbedragen lopen af van resp. 34.000 en 22.000 met resp. 800 en 400 per termijn. Bij de annuïteitenhypotheek is de opdeling van het termijnbedrag in aflossing en rente variabel. Bij aanvang is de aflossing 2.648 en de rente 24.000, waarbij iedere termijn de aflossing met 8% stijgt tot uiteindelijk 24.674 en de rente met 8% van de aflossing (zie (6)) daalt. Het netto termijnbedrag start op 14.648 en stijgt daarna tot 25.661 (gemiddeld 18.324).

Op grond van de bruto totaalbedragen is de lineaire hypotheek het voordeligst en is de spaarhypotheek net zo duur als de annuïteitenhypotheek. Bij de lineaire hypotheek zijn de brutolasten bij aanvang echter groot en nemen ze lineair af. Bij de annuïteitenhypotheek en de spaarhypotheek zijn ze constant.

Kijken we echter naar de netto totaalbedragen, waarbij rekening is gehouden met het belastingvoordeel, dan zien we dat de spaarhypotheek er het voordeligst af komt (zelfs beter dan de lineaire hypotheek), terwijl de annuïteitenhypotheek het duurst is. Bovendien zullen bij de annuïteitenhypotheek de lasten met de tijd zelfs toenemen.

Het is mogelijk een aflosvorm te ontwerpen waarbij het netto termijnbedrag constant is, d.w.z. waarvoor geldt

$$A_k + \bar{b} * R_k \quad = \quad A_{k+1} + \bar{b} * R_{k+1} \tag{9}$$

met $\bar{b} = 1 - b$. Men vindt dan

$$A_k + \bar{b} * R_k \quad = \quad \bar{b} * d * S/(1 - (1 + \bar{b} * d)^{-N})$$

Deze hypotheekvorm is opgenomen in Tabel 1 onder het kopje ‘aangepast’.

Ook is het mogelijk om een aflossingsvrije hypotheek te nemen, waarbij gedurende de looptijd alleen rente wordt betaald en op het einde de aflossing. Stel dat men bij aanvang beschikt over een eigen kapitaal K dat men voor N termijnen "vastzet" tegen een (credit)rentepercentage van c. Dit kapitaal groeit dan door "rente-op-rente" tot $(1+c)^N * K$. Hieruit volgt hoe groot het kapitaal K moet zijn om de oorspronkelijke schuld af te lossen:

$$K = S/(1+c)^N$$

Deze hyptheekvorm is opgenomen in Tabel 1 onder het kopje 'afl. vrij'. Het aanvangskapitaal, vermeld bij totale premie, is verrassend klein. De aanwas is i.h.a. echter niet belastingvrij.

6 Complicerende Subtiliteiten

Voorgaande beschouwingen zijn gebaseerd op vereenvoudigde aannamen. Hier zijn nog wat bijkomende zaken.

Maximaal toegestane termijnlasten bij het inkomen. Maximale hypotheekbedrag afhankelijk van de (executie)waarde van het huis. Provisies en andere extra kosten. Termijnen opsplitsen (per maand i.p.v. per jaar betalen). Verschillende termijnen voor rente (per maand) en premie (per jaar). Wanneer betalen (aan begin of einde van termijn). Renteschommelingen. Verzekeringen (op leven, wegvallen van arbeidsinkomen). Extra aflossingen of premiebetalingen. Fiscale aspecten (aftrekposten en huurwaardeforfait) en limieten (min. en max. premie, aantal premietermijnen). Verhuizen. Inflatie. Eigen geld.