Studenten met vrijstelling op grond van ingeleverde opgaven hoeven één van de twee opgaven Opgave 1 danwel Opgave 4 niet te maken. Geef aan voor welke van deze twee opgaven vrijstelling gevraagd wordt.

Opgave 1

a) Geef de definitie van een $\frac{1}{2}$-contractie. (10 ptn.)

b) Voor een gegeven alfabet A en $c \in A$, is de functie $f_c \colon A^\infty \to A^\infty$ gegeven door $f_c(a \cdot w) = c \cdot a \cdot f_c(w)$. Dus $f_c(a_1 a_2 a_3 \cdots) = c a_1 c a_2 c a_3 \cdots$. Bewijs dat f_c een $\frac{1}{2}$-constractie is voor A^∞ met de Baire-metriek d_B. (15 ptn.)

Opgave 2 In de context van de taal $\mathcal{L}_{rec}$ is de procesvariabele x gedeclareerd door $D(x) = a; (x; x)$.

a) Geef afleidingen m.b.v. de transitiesysteemspecificatie $\mathcal{T}_{rec}$ voor de eerste twee transities voor x. (10 ptn.)

b) Bewijs $d(\mathcal{O}(D|x), a^\omega) = 0$. (10 ptn.)

c) Concludeer uit onderdeel b) dat $\mathcal{O}(D|x) = a^\omega$. (5 ptn.)

Opgave 3 We voegen aan de taal $\mathcal{L}_{wh}$ de constructie **repeat** s **until** e **end** toe. De denotationele semantiek wordt uitgebreid met de clausule

$$\mathcal{D}(\textbf{repeat } s \textbf{ until } e \textbf{ end})(\gamma)(\sigma) = \mathcal{D}(s; \textbf{if } \neg e \textbf{ then } (\textbf{repeat } s \textbf{ until } e \textbf{ end}) \textbf{ else skip fi})(\gamma)(\sigma).$$

a) Bewijs dat $\mathcal{D}(s_1; (s_2; s_3))(\gamma)(\sigma) = \mathcal{D}((s_1; s_2); s_3)(\gamma)(\sigma)$ voor alle continuaties γ en toestanden σ. (10 ptn.)

b) Bewijs dat
$$\mathcal{D}(\textbf{repeat } s \textbf{ until } e \textbf{ end})(\gamma)(\sigma) = \mathcal{D}((s; \textbf{while } e \textbf{ do } s \textbf{ od})(\gamma)(\sigma)$$
voor alle continuaties γ en toestanden σ. (15 ptn.)

Opgave 4 In de setting van de taal $\mathcal{L}_{rec}$ wordt de transformatie $\Phi \colon \mathit{Sem}_O \to \mathit{Sem}_O$ gegeven door

$$\begin{array}{rcll} \Phi(S)(D|\mathrm{E}) & = & \epsilon & \\ \Phi(S)(D|s) & = & a \cdot S(D|r) & \text{als } s \xrightarrow{a}_D r \end{array}$$

en $\mathcal{E} \in \mathit{Sem}_O$, een uitbreiding van de denotationele semantiek $\mathcal{D}$, door $\mathcal{E}(D|\mathrm{E}) = \epsilon$, $\mathcal{E}(D|s) = \mathcal{D}(D|s)$. Bewijs dat $\mathcal{E}$ een dekpunt is van Φ. (25 ptn.)
(Hint: Onderscheid $r = \mathrm{E}$, $r = s$ en doe inductie naar $\mathit{wgt}(D|s)$.)

Het eindcijfer is het aantal behaalde punten delen door 10 voor studenten zonder vrijstelling en het aantal behaalde punten delen door 10 vermeerderd met 2.5 voor studenten met vrijstelling.