Opgave 1

a) Geef de definitie van een niet-deterministische Turing-machine. (5 ptn.)

b) Geef de definitie van een *counter program*. (5 ptn.)

c) Geef een Turing-machine die de taal $\{ a^n b^n c^n \mid n \geq 0 \}$ herkent. (15 ptn.)

Opgave 2

a) Geef de definitie van een NP-volledig beslissingsprobleem. (5 ptn.)

b) Bewijs dat het beslissingsprobleem VERTEX-COVER

$$\{ \langle G, n \rangle \mid \text{graaf } G \text{ heeft een vertex cover van omvang } n \}$$

NP-volledig is d.m.v. een reductie van 3SAT naar VERTEX-COVER. (20 ptn.)

Opgave 3 Bewijs dat het beslissingsprobleem SET-SPLITTING

$$\{ \langle S, C \rangle \mid S \subseteq \mathbb{N} \text{ eindig}\ ,\ C = \{ C_1, \ldots, C_k \} \subseteq \mathcal{P}(S), \\ \exists f\colon S \to \{\texttt{red}, \texttt{blue}\} \text{ zodat } \forall i, 1 \leq i \leq k\colon f[C_i] = \{\texttt{red}, \texttt{blue}\} \}$$

NP-volledig is. (25 ptn.)

Opgave 4 Het optimalisatieprobleem BIN-PACKING vraagt naar het minimaal aantal *bins* van inhoud B die een gegeven multi-set $S = \{ s_1, \ldots, s_k \} \subseteq \mathbb{N}$ kunnen bevatten (i.e., k minimaal zodat $\exists f\colon S \to \{ 1, \ldots, k \}$ met $\sum_{s \in f^{-1}(\{i\})} s \leq B$ voor $1 \leq i \leq k$.

a) Geef het *next_fit*-algoritme waarbij maximaal 1 bin tegelijk open is. (10 ptn.)

b) Bewijs dat next_fit een factor 2-approximatiealgoritme voor BIN-PACKING is. (15 ptn.)

Het eindcijfer is het aantal behaalde punten delen door 10.