Opgave 1

a) Geef de definitie van een niet-deterministische Turing-machine. (5 ptn.)

b) Geef de definitie van een *counter program*. (5 ptn.)

c) Geef een Turing-machine die de taal van palindromen over a en b herkent. (15 ptn.)

Opgave 2

a) Geef de definitie van een NP-volledig beslissingsprobleem. (5 ptn.)

b) Bewijs dat het beslissingsprobleem SUBSET-SUM

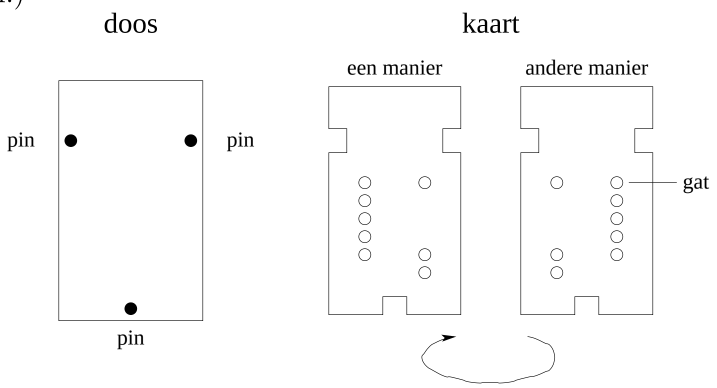
$$\{ \langle S, t \rangle \mid S \subseteq \mathbb{N},\ \exists S' \subseteq S\colon \textstyle\sum S' = t \}$$

NP-volledig is d.m.v. een reductie van 3SAT. (20 ptn.)

Opgave 3 Voor een instantie van het beslissingsprobleem PUZZLE heeft men de beschikking over een box en een collectie kaarten als aangegeven in de figuur hieronder. Door de pinnen in de box en de uitsparingen aan de randen van de kaarten, kan een kaart op twee manieren in de box gedaan worden. Elke kaart heeft twee rijen van gaten. Men zegt dat een verzameling kaarten een oplossing heeft als alle kaarten in de doos gedaan zijn en door de gaten de bodem van de box niet zichtbaar is. Bewijs dat het beslissingsprobleem PUZZLE

$$\{ \langle c_1, \ldots, c_n \rangle \mid \text{elke } c_i \text{ representeert een kaart, } c_1, \ldots, c_n \text{ heeft een oplossing} \}$$

NP-volledig is. (25 ptn.)



Opgave 4 Het optimalisatieprobleem STEINER vraagt, gegeven een samenhangende graaf met gewichten op de kanten, naar een boom in de graaf van minimaal gewicht die tenminste alle aangewezen knopen, z.g. Steiner-knopen, bevat.

a) Geef een benaderingsalgoritme voor STEINER op basis van het vinden van een *minimal spanning tree*. (10 ptn.)

b) Bewijs dat het algoritme gevraagd bij onderdeel a) een factor 2-approximatiealgoritme voor STEINER is. (15 ptn.)

Het eindcijfer is het aantal behaalde punten delen door 10.