Opgave 1 Geef een Turing-machine die beslist of een string in $\{a,b,c\}^*$ van de vorm $a^n b^n c^n$ met $n \geq 0$ is. (20 ptn.)

Opgave 2 Bewijs dat het Stop Problem

$$\{ \langle M \rangle \mid \text{Turing-machine } M \text{ termineert op invoer } M \}$$

niet beslisbaar is. (20 ptn.)

Opgave 3 Bewijs dat het beslissingsprobleem SUBSET-SUM

$$\{ \langle S,t \rangle \mid S \subseteq \mathbb{N},\ \exists S' \subseteq S\colon \textstyle\sum S' = t \}$$

NP-volledig is. (20 ptn.)

Opgave 4 Zij φ een 3cnf-formule. Een NAE-bedeling (toekenning, valuatie) voor φ geeft de variabelen waarheidswaarden zodanig dat elke clause zowel een ware als niet-ware literal bevat. Bewijs dat NAE-SAT

$$\{ \langle \varphi \rangle \mid \varphi \text{ heeft een NAE-bedeling} \}$$

NP-volledig is. (20 ptn.)
(Hint: Reduceer 3SAT naar NAE-SAT door een clause $a_i \vee b_i \vee c_i$ te vervangen door twee clauses $a_i \vee b_i \vee y_i$ en $\bar{y}_i \vee c_i \vee z$ met y_i een nieuwe variabele voor de i-de clause en z een nieuwe variabele voor alle clauses tezamen.)

Opgave 5 Het optimalisatieprobleem BIN-PACKING vraagt naar het minimale aantal bins van omvang B dat nodig is om een rij $s = (s_1, s_2, \ldots, s_n)$ van n objecten te bevatten. Voor gegeven s is dit aantal $opt(s)$.

a) Geef een factor 3/2 benaderingsalgoritme voor het vinden van een bin packing. (Hint: Sorteer eerst de objecten.) (10 ptn.)

b) Bewijs voor het algoritme bedoeld in onderdeel a) dat de objecten die niet in de eerste $opt(s)$ bins terecht komen allen kleiner zijn dan $\frac{1}{2}B$. (5 ptn.)

c) Bewijs dat het algoritme dat bij onderdeel a) gevraagd wordt inderdaad een factor 3/2 benaderingsalgoritme is. (5 ptn.)

Het eindcijfer is het aantal behaalde punten delen door 10.