Opgave 1 Geef een Counter Program dat de inhoud van variabele X en variabele Y met elkaar vermenigvuldigt en opslaat in variabele Z en dan termineert. (20 ptn.)

Opgave 2 Bewijs dat het Totality Problem

$$\{ \langle M \rangle \mid \text{Turing-machine } M \text{ termineert op alle invoer} \}$$

niet beslisbaar is. (20 ptn.)

Opgave 3 Bewijs dat het beslissingsprobleem VERTEX-COVER

$$\{ \langle G, n \rangle \mid \text{graaf } G \text{ heeft een vertex cover van omvang } n \}$$

NP-volledig is d.m.v. een reductie van 3SAT naar VERTEX-COVER. (20 ptn.)

Opgave 4 Bewijs dat het beslissingsprobleem BIN-PACKING

$$\{ \langle S, B, n \rangle \mid S \subseteq \mathbb{N}, \exists f \colon S \to \{1, \ldots, n\} \text{ s.t. } \textstyle\sum f^{-1}(i) \leq B \}$$

NP-volledig is door reductie van het NP-volledige beslissingsprobleem PARTITIONING

$$\{ \langle S \rangle \mid S \subseteq \mathbb{N},\ \exists S_1, S_2 \subseteq \mathbb{N} \colon \textstyle\sum S_1 = \sum S_2 \}$$

naar BIN-PACKING. (20 ptn.)

Opgave 5 Het optimalisatieprobleem COLORABILITY vraagt naar het minimaal aantal kleuren om de knopen van een (ongerichte) graaf te kleuren zodanig dat buren verschillende kleuren hebben. Bewijs dat er geen benaderingsalgoritme voor COLORABILITY bestaat met een factor kleiner dan 4/3 tenzij $P = NP$. (20 ptn.)

Het eindcijfer is het aantal behaalde punten delen door 10.