**Opgave 1**

a) Geef de definitie van een niet-deterministische Turing-machine. (5 ptn.)

b) Geef de definitie van een *counter program*. (5 ptn.)

c) Geef een counter program dat het produkt van getallen in variabelen $X$ en $Y$ in de variabele $Z$ opslaat. Voorzie het programma van geschikt commentaar. (15 ptn.)

**Opgave 2**

a) Geef de definitie van een NP-volledig beslissingsprobleem. (5 ptn.)

b) Zij $\varphi$ een 3cnf-formule. Een $\neq$-bedeling voor $\varphi$ geeft de variabelen waarheidswaarden zodanig dat elke clause zowel een ware als niet-ware literal bevat. Bewijs dat het beslissingsprobleem $\neq$-SAT

$$\{ \langle \varphi \rangle \mid \varphi \text{ heeft een } \neq\text{-bedeling} \}$$

NP-volledig is. (20 ptn.)

**Opgave 3** Bewijs dat het beslissingsprobleem HALF-CLIQUE

$$\{ \langle G \rangle \mid \text{graaf } G, \text{ met } n \text{ knopen, heeft een volledige deelgraaf van tenminste } n/2 \text{ knopen} \}$$

NP-volledig is. (Hint: Reductie van CLIQUE.) (25 ptn.)

**Opgave 4** Het optimalisatieprobleem BIN-PACKING vraagt naar het minimaal aantal *bins* van inhoud $B$ die een gegeven multi-set $S = \{ s_1, \ldots, s_n \}$ over $\mathbb{N}$ kunnen bevatten (d.w.z., $k$ minimaal zo dat $\exists f \colon S \to \{ 1, \ldots, k \}$ met $\sum_{s \in f^{-1}(\{i\})} s \leq B$ voor $1 \leq i \leq k$ waarbij $f^{-1}(\{i\}) = f^{\leftarrow}(\{i\}) = \{ s \mid f(s) = i \}$).

a) Geef het *decreasing_first_fit*-algoritme waarbij alle gebruikte bins tot het einde openblijven. Detaillering van een sorteringsalgoritme is niet nodig. (10 ptn.)

b) Bewijs dat decreasing_first_fit een factor 3/2-approximatiealgoritme voor BIN-PACKING is. (15 ptn.)

Het eindcijfer is het aantal behaalde punten delen door 10.