---

**Opgave 1** Er bestaat géén algoritme dat, gegeven een eindige verzameling domino-typen $T$ (met onbeperkt veel domino's per type) beslist of er wel of niet een $T$-domino-slang in het boven-halfvlak is van een punt $X$ naar een punt $Y$. Beargumenteer of de volgende varianten van dit domino-probleem beslisbaar of onbeslisbaar zijn.

a) Gegeven domino-typen $T$ en punten $X$, $Y$ en $Z$. Is er een $T$-domino-slang in het boven-halfvlak van $X$ naar $Y$ en een domino-slang van $Y$ naar $Z$? (5 ptn.)

b) Gegeven domino-typen $T$ en punten $X$ en $Y$. Is er een $T$-domino-slang in het boven-halfvlak van $X$ naar $Y$ van hoogstens 12 stenen? (10 ptn.)

c) Gegeven domino-typen $T$ en punten $X$ en $Y$. Is er een $T$-domino-slang in het boven-halfvlak van $X$ naar $Y$ van minstens 12 stenen? (10 ptn.)

**Opgave 2** Geef een deterministische Turing-machine die de taal $\{ a^n b^n c^n \mid n \geq 0 \}$ van woorden van drie opeenvolgende blokken met gelijke aantallen $a$'s, $b$'s en $c$'s accepteert. (15 ptn.)

**Opgave 3** Het beslissingsprobleem SUBSETSUM is de vraag of er voor een multiset $S$ van natuurlijke getallen en een getal $t$, een deelverzameling $S'$ van $S$ bestaat zodanig dat $\sum_{s \in S'} s = t$. Het beslissingsprobleem PARTIONING is de vraag of er partitie $X_1, X_2$ van een multiset $X$ van natuurlijke getallen bestaat zodanig dat $X_1 \cap X_2 = \emptyset$, $X_1 \cup X_2 = X$ en $\sum_{x \in X_1} x = \sum_{x \in X_2} x$.

a) Bewijs dat SUBSETSUM NP-volledig is. (25 ptn.)

b) Bewijs dat PARTIONING NP-volledig is. (10 ptn.)
(Hint: Bewijs SUBSETSUM $\leq_P$ PARTIONING m.b.v. extra elementen $y = A + t$ en $z = 2A - t$ voor geschikt getal $A$.)

**Opgave 4** Het beslissingsalgoritme TSP vraagt of er, gegeven een verzameling steden $S$, een afstandsfunctie $d\colon S \times S \to \mathbb{N}$ en een getal $k$, al dan niet een rondtoer is met totale afstand hoogstens $k$. Het beslissingsprobleem metric TSP vraagt hetzelfde voor een afstandsfunctie met de eigenschap dat

$$d(s_1, s_3) \leq d(s_1, s_2) + d(s_2, s_3) \tag{1}$$

voor alle steden $s_1, s_2, s_3 \in S$. Het optimalisatieprobleem voor metric TSP vraagt voor een verzameling steden $S$ en afstandsfunctie $d$ met eigenschap (1) naar de minimiale lengte van een rondtoer.

a) Geef een factor 2 benaderingsalgoritme voor het optimalisatieprobleem voor metric TSP m.b.v. het vinden van een minimal spanning tree. (5 ptn.)

b) Bewijs dat het benaderingsalgoritme gevraagd bij onderdeel a) inderdaad een factor 2 benaderingsalgoritme is. (10 ptn.)

c) Bewijs dat er geen benaderingsalgoritme voor het optimalisatieprobleem voor TSP bestaat, tenzij P=NP. (10 ptn.)
(Hint: Maak voor benaderingsfactor $\alpha$ en een graaf $G = (V, E)$ een afstandsfunctie $d\colon V \times V \to \mathbb{N}$ met $d(u, v) = \alpha \cdot \#V + 1$ als $(u, v) \notin E$. Relateer het bestaan van een Hamilton-circuit in $G$ aan het vinden van een benaderende rondtoer van waarde $\alpha \cdot \#V$.)

Het eindcijfer is het aantal behaalde punten delen door 10.