Opgave 1 Het woordcorrespondentieprobleem (word correspondence problem) vraagt voor een drietal (A, X, Y) met A een alfabet en X, Y twee niet-lege rijtjes van gelijke lengte met woorden over A, zeg $X = (x_1, \ldots, x_n)$, $Y = (y_1, \ldots, y_n)$, of er een eindige rij indices $1 \leq i_1, \ldots, i_k \leq n$ is zodanig dat de samengestelde woorden $x_{i_1} \cdot x_{i_2} \cdot \cdots \cdot x_{i_k}$ en $y_{i_1} \cdot y_{i_2} \cdot \cdots \cdot y_{i_k}$ gelijk zijn.

a) Geef instantie van het woordcorrespondentieprobleem waarvoor het antwoord 'JA' luidt en een instantie waarvoor dit 'NEE' is. (10 ptn.)

b) Het woordcorrespondentieprobleem is onbeslisbaar. Toon dit aan. (15 ptn.)

Opgave 2 Het beslissingsprobleem NAESAT (not all equal satisfiability), ook wel $\neq$-SAT genoemd, vraagt of er voor een 3cnf-formule φ een bedeling is zodanig dat elke clause zowel een ware als onware literal heeft.

a) Beschrijf de reductie van 3SAT naar NAESAT m.b.v. een extra variabele y_i voor elke clause $a_i \vee b_i \vee c_i$ en een extra variabele z voor alle clauses tezamen. (10 ptn.)

b) Bewijs dat NAESAT NP-volledig is. (15 ptn.)

Opgave 3

a) Bewijs dat er een polynomiale reductie is van VERTEX-COVER (heeft een ongerichte graaf een deelverzameling knopen C van grootte (hoogstens) k zodanig dat elke kant een uiteinde incident heeft met C) naar CLIQUE (heeft een ongerichte graaf G een deelverzameling C van grootte (minstens) k zodanig dat tussen elk tweetal knopen van C een kant in G is). (10 ptn.)

b) Bewijs dat het travelling salesman problem TSP (handelsreizigersprobleem) NP-volledig is door reductie van HAMCYCLE (bestaat er in een gerichte graaf een Hamilton-cykel) naar TSP. (15 ptn.)

Opgave 4 Het metric travelling salesman problem (metric TSP) beperkt zich tot instanties van TSP met $d(c_i, c_k) \leq d(c_i, c_j) + d(c_j, c_k)$ voor steden c_i, c_j en c_k.

a) Geef een factor 2 benaderingsalgoritme voor metric TSP. (10 ptn.)

b) Bewijs dat de lengte van een rondtoer gevonden door het algoritme gevraagd bij onderdeel a) niet meer dan tweemaal de lengte van de minimale rondtoer bedraagt. (15 ptn.)

Het eindcijfer is het aantal behaalde punten delen door 10.