TECHNISCHE UNIVERSITEIT EINDHOVEN
Faculteit Wiskunde en Informatica

Tentamen Basiswiskunde, 2DL00, woensdag 26 juni 2013, 18.30–21.30 uur

---

Het tentamen bestaat uit 12 opgaven.
De antwoorden en uitwerkingen van de opgaven dienen duidelijk geformuleerd en helder opgeschreven te worden. Antwoorden moeten onderbouwd zijn.
U mag géén gebruik maken van een laptop, een grafische of programmeerbare rekenmachine, of schriftelijk materiaal.
U mag alleen ter controle een eenvoudige rekenmachine gebruiken.

---

1. Bepaal alle oplossingen x van de ongelijkheid $-x \leq \dfrac{1}{x-2}$.

2. Bepaal alle oplossingen van de vergelijking $x^2 = 2x\sqrt{x+3}$.

3. Beschouw de functie f gedefinieerd door $f(x) = x^{-1/3}$ voor $x > 0$.

   (a) Bepaal de linearisatie van f rond $a = 8$.

   (b) Benader $9^{-1/3}$ met behulp van de linearisatie uit onderdeel (a). Geef uw antwoord als een breuk.

   (c) Is de benadering uit onderdeel (b) groter dan $9^{-1/3}$?

4. Beschouw de functie f gedefinieerd door $f(x) = \cos(x) - \sqrt{1 + \dfrac{x^2}{2}}$.

   (a) Bepaal het Taylorpolynoom van f van orde 2 rond $a = 0$.

   (b) Bepaal de limiet $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{\cos(x) - \sqrt{1 + \frac{x^2}{2}}}{x^2}$.

5. Een kromme gaat door het punt $(0, 1)$ en is impliciet gegeven door de de vergelijking $x - \ln(1 + x)\sqrt{y} + y^2 = 1$.
   Bepaal de vergelijking van de raaklijn aan deze kromme in het punt $(0, 1)$.

6. Laat zien dat $\dfrac{\tan(x)}{\tan(x) + \dfrac{1}{\tan(x)}} = \sin^2(x)$.

7. Laat $\varphi = \arctan(\sqrt{1+x})$ met $x > -1$.

   Bereken $\sin(\varphi)$ en $\sin(\varphi + \dfrac{\pi}{4})$.

   Notatie: $\arctan = \tan^{-1}$

zie volgende pagina

8. Laat met behulp van de middelwaardestelling zien dat voor $x \in \mathbb{R}$ met $x > 0$ geldt dat $\dfrac{\sqrt{1+x^2}-1}{x} \leq 1$.

9. Bereken $\displaystyle\lim_{x \to -1} \frac{x^2 - |x-1| + 1}{x+1}$.

10. Bereken de integraal $\displaystyle\int_1^{\sqrt{3}} \frac{x}{(x^2+1)\ln(x^2+1)}\,\mathrm{d}x$.

11. Bereken de integraal $\displaystyle\int_0^{\pi/4} x \sin(x)\cos(x)\mathrm{d}x$.

12. Vereenvoudig de uitdrukking $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\displaystyle\int_{x^2}^{1} \frac{t}{1+\mathrm{e}^t}\,\mathrm{d}t\right)$ zonder de integraal uit te rekenen.

Voor de onderdelen van de opgaven kunnen de volgende aantallen punten worden behaald:

Opgave	1:	3	punten	Opgave	4a:	2	punten	Opgave	8:	3	punten
Opgave	2:	3	punten		4b:	2	punten	Opgave	9:	2	punten
Opgave	3a:	1	punt	Opgave	5:	3	punten	Opgave	10:	4	punten
	3b:	2	punten	Opgave	6:	3	punten	Opgave	11:	4	punten
	3c:	2	punten	Opgave	7:	3	punten	Opgave	12:	3	punten

Het cijfer voor dit tentamen wordt bepaald door het totaal der behaalde punten van dit gedeelte door 4 te delen en tot een geheel getal af te ronden.

Er is bij dit vak een bonusregeling (oncourse.tue.nl) van kracht.