TECHNISCHE UNIVERSITEIT EINDHOVEN
Faculteit Wiskunde en Informatica

Tentamen Basiswiskunde, 2DL03, woensdag 3 oktober 2007, 9.00–12.00 uur.

Geef op het eerste vel met uitwerkingen aan welk programma (Schakelprogramma of HBO-minor) u volgt.
Als u nog geen identiteitsnummer heeft, zet dan op het eerste vel na **Ident.nr:** het woord GEEN.

Het tentamen bestaat uit het **Algemeen deel** en het **Schakeldeel/doorstroomdeel**.
Het **Algemeen deel** heeft een omvang van twee uur en bestaat uit 9 opgaven waar u 40 punten voor kunt halen.
Het **Schakeldeel/doorstroomdeel** heeft een omvang van een uur en bestaat uit 5 opgaven waar u 20 punten voor kunt halen.
Voor de onderverdeling van de punten, zie achteraan.
Als u beide delen maakt, dan krijgt u twee cijfers, een voor het eerste deel en een voor het geheel.

Alle studenten moeten het **Algemeen deel** maken.
HBO-studenten die een minor Academische oriëntatie doen, hoeven alleen dit deel te maken. Zij mogen hier drie uur over doen.
Alle andere studenten moeten ook het **Schakeldeel/doorstroomdeel** maken.
Voor HAN-studenten: het **Algemeen deel** is niveau 3 en het **Algemeen deel** plus het **Schakeldeel/doorstroomdeel** is niveau 4.

De uitwerkingen van de opgaven dienen duidelijk geformuleerd en overzichtelijk opgeschreven te worden.

U mag géén gebruik maken van laptop, grafische rekenmachine en formulekaart.
U mag géén gebruik maken van het boek en ander schriftelijk materiaal.

Algemeen deel

1. Bepaal alle x in $\mathbb{R}$ waarvoor geldt dat: $\dfrac{x}{2} \geq 1 + \dfrac{4}{x}$.

2. Geef een schets van de grafiek van de functie f met $f(x) = 3 + \dfrac{x+1}{x-2}$.
   Wat zijn het domein $D(f)$ en het bereik $R(f)$?

3. Beschouw de functies f en g met $f(x) = \dfrac{x-1}{x}$ en $f \circ g(x) = f(g(x)) = \mathrm{e}^x$.
   Bepaal $g(x)$.

zie volgende pagina

4. Bewijs de identiteit $\dfrac{\cos(x)-\sin(x)}{\cos(x)+\sin(x)} - \dfrac{\cos(x)+\sin(x)}{\cos(x)-\sin(x)} = -2\,\tan(2\,x)$.

5. Differentieer de uitdrukking $\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{x-1}}$ naar x en vereenvoudig.

6. Van de drie keer differentieerbare functie f is gegeven dat het Taylorpolynoom van orde 2 rond het punt 1 gelijk is aan $p_2(x) = 3 - 2\,(x-1) - 5\,(x-1)^2$.
   (a) Geef de vergelijking van de raaklijn aan de grafiek van f in het punt $(1, f(1))$.
   (b) Ligt de grafiek van f rond het punt $(1, f(1))$ onder of boven de raaklijn uit onderdeel (a)?

7. Bepaal $\displaystyle\int \frac{1+\cos^3(x)}{\cos^2(x)}\,\mathrm{d}x$.

8. Vereenvoudig $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\displaystyle\int_x^{\pi} t\,\sin(t)\,\mathrm{d}t\right)$.

9. Bepaal $\displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{-(x^2+2x)}\,(x+1)\,\mathrm{d}x$.

Schakeldeel/doorstroomdeel

10. Laat zien dat het polynoom $p(x) = x^3 - 3\,x + 4$ précies één nulpunt in $\mathbb{R}$ heeft.

11. Laat zien dat voor alle $x > 0$ geldt dat $\ln(x+1) - \ln(x) > \dfrac{1}{x+1}$.

12. Beschouw de functie f met $f(x) = \mathrm{e}^x$.
    Het Taylorpolynoom van orde 2 van f rond 0 wordt met $p_2(x)$ aangegeven.
    Beantwoord de onderdelen van deze vraag zonder gebruik te maken van een rekenmachine.
    (a) Geef het Taylorpolynoom $p_2(x)$ en benader $\mathrm{e}^{0.1}$ met behulp van het Taylorpolynoom $p_2(x)$.
    (b) Wat is het teken van het verschil van $\mathrm{e}^{0.1}$ en de benadering uit onderdeel (a)? Geef een schatting voor dit verschil.

zie volgende pagina

13. Bepaal de integraal $\int_1^{\mathrm{e}} \frac{\ln(x)}{x^4}\,\mathrm{d}x$.

14. Bereken $\arctan\big(\tan\big(\frac{8}{3}\pi\big)\big)$.

Voor de opgaven kunnen de volgende aantallen punten worden behaald:

Algemeen deel

Opgave 1: 4 punten	Opgave 5: 4 punten	Opgave 7: 4 punten
Opgave 2: 4 punten	Opgave 6a: 4 punten	Opgave 8: 4 punten
Opgave 3: 4 punten	Opgave 6b: 4 punten	Opgave 9: 4 punten
Opgave 4: 4 punten		

Het cijfer voor het **Algemeen deel** wordt bepaald door het totaal der behaalde punten van dit gedeelte door 4 te delen en tot een geheel getal af te ronden.

Schakeldeel/doorstroomdeel

Opgave 10: 4 punten	Opgave 12a: 2 punten	Opgave 13: 4 punten
Opgave 11: 4 punten	Opgave 12b: 3 punten	Opgave 14: 3 punten

Het cijfer voor het **hele tentamen** wordt bepaald door het totaal der behaalde punten van beide gedeelten door 6 te delen en tot een geheel getal af te ronden.