

Tentamen Basiswiskunde, 2DL03, woensdag 13 april 2011, 9.00–12.00 uur.

Geef op het eerste vel met uitwerkingen aan welk programma (Schakelprogramma of TU/e-minor) u volgt.

Het tentamen bestaat uit 12 opgaven.

De antwoorden en uitwerkingen van de opgaven dienen duidelijk geformuleerd en overzichtelijk opgeschreven te worden.

U mag géén gebruik maken van een laptop, een grafische of programmeerbare rekenmachine, een formulekaart, boeken en ander schriftelijk materiaal.

U mag een eenvoudige rekenmachine alleen ter controle gebruiken.

1. Beschouw de functie f gegeven door $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$.
Bepaal de plaats en de aard van de extrema van de functie f .
Geef het domein $D(f)$ en het bereik $R(f)$ van de functie f .
Schets de grafiek van f .
2. Differentieer de uitdrukking $\arctan(\sqrt{x^2 - 1})$ naar x en vereenvoudig het resultaat.
Notatie: $\arctan = \tan^{-1}$.
3. Bepaal de limiet $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x^2 - 2| - x}{x - 1}$.
4. Bepaal alle oplossingen x van de ongelijkheid $x > \frac{x}{x + 1}$.
5. Bepaal alle oplossingen x van de vergelijking $\cos(x) = \cos^2(x) - \sin^2(x)$.
6. De functie f is gegeven door $f(x) = \begin{cases} 1 - e^{-x} & , x < 0, \\ x^3 & , x \geq 0. \end{cases}$
 - (a) Laat zien dat de functie f eenduidig (one-to-one) is.
 - (b) Bepaal de inverse f^{-1} van de functie f .
7. (a) Bepaal alle exacte x waarvoor geldt dat $\sin(\arctan(x)) = \frac{1}{2}$.
(b) Vereenvoudig de uitdrukking $\sin(\arctan(x))$.
Notatie: $\arctan = \tan^{-1}$.

zie volgende pagina

8. Beschouw de functie f met $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ voor $x > 0$.
- (a) Geef de linearisatie van de functie f rond het punt $a = 4$.
 - (b) Geef een benadering voor $\frac{1}{\sqrt{3.92}}$ met behulp van de linearisatie uit onderdeel (a).
 - (c) Is de benadering uit onderdeel (b) groter dan $\frac{1}{\sqrt{3.92}}$?
9. Beschouw de functies f met $f(x) = \ln(1+x)$ en g met $g(x) = \ln(1+x^2)$.
- (a) Geef het Taylorpolynoom van f van de orde 4 rond het punt $a = 0$.
 - (b) Geef het Taylorpolynoom van g van de orde 4 rond het punt $a = 0$.
10. Beschouw de integraal $I_0 = \int_0^{\pi/4} \frac{\tan(x)}{(\tan^2(x) + 3)^2} \cdot \frac{1}{\cos^2(x)} dx$.
- (a) Herschrijf de integraal I_0 met behulp van de substitutie $u = \tan^2(x) + 3$.
 - (b) Bereken de integraal I_0 .
11. Bereken de integraal $\int x^2 \ln^2(x) dx$.
12. Laat zien dat $\int_0^1 \sqrt{9x^2 + x^8} dx > \frac{3}{2}$ zonder de integraal zelf uit te rekenen.

zie volgende pagina

Voor de onderdelen van de opgaven kunnen de volgende aantallen punten worden behaald:

Opgave 1: 3 punten	Opgave 6b: 2 punten	Opgave 9a: 2 punten
Opgave 2: 3 punten	Opgave 7a: 2 punten	9b: 2 punten
Opgave 3: 3 punten	7b: 2 punten	Opgave 10a: 2 punten
Opgave 4: 3 punten	Opgave 8a: 2 punten	Opgave 10b: 1 punt
Opgave 5: 3 punten	8b: 1 punt	Opgave 11: 3 punten
Opgave 6a: 2 punten	8c: 1 punt	Opgave 12: 3 punten

Het cijfer voor het tentamen wordt bepaald door het totaal der behaalde punten van dit gedeelte door 4 te delen en tot een geheel getal af te ronden.
