

# Gevoeligheidsanalyse

Wat gebeurt er met een optimale oplossing als we bepaalde parameters in een lineair programmeringsmodel veranderen?

Voorbeelden van veranderingen van parameters:

Voorbeelden van veranderingen van parameters:

- ▶ De rechterzijde constanten ( $b$ ) veranderen.

Voorbeelden van veranderingen van parameters:

- ▶ De rechterzijde constanten ( $b$ ) veranderen.
- ▶ Een nieuwe variabele wordt toegevoegd.

Voorbeelden van veranderingen van parameters:

- ▶ De rechterzijde constanten ( $b$ ) veranderen.
- ▶ Een nieuwe variabele wordt toegevoegd.
- ▶ De coëfficiënt van een niet-basisvariabele in de doelstellingsfunctie verandert.

Voorbeelden van veranderingen van parameters:

- ▶ De rechterzijde constanten ( $b$ ) veranderen.
- ▶ Een nieuwe variabele wordt toegevoegd.
- ▶ De coëfficiënt van een niet-basisvariabele in de doelstellingsfunctie verandert.
- ▶ De coëfficiënt van een basisvariabele in de doelstellingsfunctie verandert.

Voorbeelden van veranderingen van parameters:

- ▶ De rechterzijde constanten ( $b$ ) veranderen.
- ▶ Een nieuwe variabele wordt toegevoegd.
- ▶ De coëfficiënt van een niet-basisvariabele in de doelstellingsfunctie verandert.
- ▶ De coëfficiënt van een basisvariabele in de doelstellingsfunctie verandert.
- ▶ De kolom van een niet-basisvariabele verandert.

Voorbeelden van veranderingen van parameters:

- ▶ De rechterzijde constanten ( $b$ ) veranderen.
- ▶ Een nieuwe variabele wordt toegevoegd.
- ▶ De coëfficiënt van een niet-basisvariabele in de doelstellingsfunctie verandert.
- ▶ De coëfficiënt van een basisvariabele in de doelstellingsfunctie verandert.
- ▶ De kolom van een niet-basisvariabele verandert.
- ▶ Een nieuwe restrictie wordt toegevoegd.

## Verandering van de rechterzijde constanten

$$\begin{array}{rcll} \text{maximaliseer } Z & = & 2x_1 & -3x_2 & +4x_3 & & & \\ \text{o.d.v.} & & x_1 & -x_2 & +2x_3 & \leq & 7 & \\ & & 2x_1 & +x_2 & +3x_3 & \leq & 22 & \\ & & x_1 & -x_2 & +x_3 & \leq & 2 & \\ & & x_1, & x_2, & x_3 & \geq & 0 & \end{array}$$

## Verandering van de rechterzijde constanten

$$\begin{array}{rcll} \text{maximaliseer } Z & = & 2x_1 & -3x_2 & +4x_3 & & & & \\ \text{o.d.v.} & & x_1 & -x_2 & +2x_3 & \leq & 7 & & \\ & & 2x_1 & +x_2 & +3x_3 & \leq & 22 & & \\ & & x_1 & -x_2 & +x_3 & \leq & 2 & & \\ & & x_1, & x_2, & x_3 & \geq & 0 & & \end{array}$$

Het simplextableau waarmee we starten is

	$Z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$b$
$Z$	1	-2	3	-4	0	0	0	0
$s_1$	0	1	-1	2	1	0	0	7
$s_2$	0	2	1	3	0	1	0	22
$s_3$	0	1	-1	1	0	0	1	2

## Verandering van de rechterzijde constanten

$$\begin{aligned} \text{maximaliseer } Z &= 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 \\ \text{o.d.v.} & \quad x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 7 \\ & \quad 2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 22 \\ & \quad x_1 - x_2 + x_3 \leq 2 \\ & \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Het optimale simplextableau is

	$Z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$b$
$Z$	1	1	0	0	1	0	2	11
$x_2$	0	-1	1	0	1	0	-2	3
$s_2$	0	3	0	0	-4	1	5	4
$x_3$	0	0	0	1	1	0	-1	5



$$\begin{array}{rcll}
 \text{maximaliseer } Z & = & 2x_1 & -3x_2 & +4x_3 & & & \\
 \text{o.d.v.} & & x_1 & -x_2 & +2x_3 & \leq & 7 & \\
 & & 2x_1 & +x_2 & +3x_3 & \leq & 22 & \\
 & & x_1 & -x_2 & +x_3 & \leq & 2 & \\
 & & x_1, & x_2, & x_3 & \geq & 0 & 
 \end{array}$$

Veronderstel we veranderen de rechterzijde constanten in  $b_1 = 6$ ,  $b_2 = 20$  en  $b_3 = 4$ .

$$\begin{array}{rcll}
 \text{maximaliseer } Z & = & 2x_1 & -3x_2 & +4x_3 & & & \\
 \text{o.d.v.} & & x_1 & -x_2 & +2x_3 & \leq & 6 & \\
 & & 2x_1 & +x_2 & +3x_3 & \leq & 20 & \\
 & & x_1 & -x_2 & +x_3 & \leq & 4 & \\
 & & x_1, & x_2, & x_3 & \geq & 0 & 
 \end{array}$$

Het simplextableau waarmee we starten is

	$Z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$b$
$Z$	1	-2	3	-4	0	0	0	0
$s_1$	0	1	-1	2	1	0	0	6
$s_2$	0	2	1	3	0	1	0	20
$s_3$	0	1	-1	1	0	0	1	4

Het uiteindelijke simplextableau is

	$Z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$b$
$Z$	1	1	0	0	1	0	2	?
$x_2$	0	-1	1	0	1	0	-2	?
$s_2$	0	3	0	0	-4	1	5	?
$x_3$	0	0	0	1	1	0	-1	?

Het uiteindelijke simplextableau is

	$Z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$b$
$Z$	1	1	0	0	1	0	2	?
$x_2$	0	-1	1	0	1	0	-2	?
$s_2$	0	3	0	0	-4	1	5	?
$x_3$	0	0	0	1	1	0	-1	?

Onze matrix  $M$  is de matrix onder de slackvariabelen:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & -4 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Het uiteindelijke simplextableau is

	$Z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$b$
$Z$	1	1	0	0	1	0	2	?
$x_2$	0	-1	1	0	1	0	-2	?
$s_2$	0	3	0	0	-4	1	5	?
$x_3$	0	0	0	1	1	0	-1	?

Onze matrix  $M$  is de matrix onder de slackvariabelen:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & -4 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

De nieuwe rechterzijde van het simplextableau is

$$M \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 20 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ -2 \\ 16 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Het uiteindelijke simplextableau is

	$Z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$b$
$Z$	1	1	0	0	1	0	2	14
$x_2$	0	-1	1	0	1	0	-2	-2
$s_2$	0	3	0	0	-4	1	5	16
$x_3$	0	0	0	1	1	0	-1	2

Onze matrix  $M$  is de matrix onder de slackvariabelen:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & -4 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

De nieuwe rechterzijde van het simplextableau is

$$M \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 20 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ -2 \\ 16 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{rcll}
 \text{maximaliseer } Z & = & 2x_1 & -3x_2 & +4x_3 & & & & \\
 \text{o.d.v.} & & x_1 & -x_2 & +2x_3 & \leq & 6 & & \\
 & & 2x_1 & +x_2 & +3x_3 & \leq & 20 & & \\
 & & x_1 & -x_2 & +x_3 & \leq & 4 & & \\
 & & x_1, & x_2, & x_3 & \geq & 0 & & 
 \end{array}$$

	Z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	b
Z	1	1	0	0	1	0	2	14
$x_2$	0	-1	1	0	1	0	-2	-2
$s_2$	0	3	0	0	-4	1	5	16
$x_3$	0	0	0	1	1	0	-1	2

De basis oplossing is  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = -2$ ,  $x_3 = 2$ ,  $s_1 = 0$ ,  $s_2 = 16$  en  $s_3 = 0$ .

$$\begin{aligned}
 \text{maximaliseer } Z &= 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 \\
 \text{o.d.v.} & \begin{aligned}
 x_1 - x_2 + 2x_3 &\leq 6 \\
 2x_1 + x_2 + 3x_3 &\leq 20 \\
 x_1 - x_2 + x_3 &\leq 4 \\
 x_1, x_2, x_3 &\geq 0
 \end{aligned}
 \end{aligned}$$

	Z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	b
Z	1	1	0	0	1	0	2	14
$x_2$	0	-1	1	0	1	0	-2	-2
$s_2$	0	3	0	0	-4	1	5	16
$x_3$	0	0	0	1	1	0	-1	2

De basis oplossing is  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = -2$ ,  $x_3 = 2$ ,  $s_1 = 0$ ,  $s_2 = 16$  en  $s_3 = 0$ . Dit is **niet toegelaten**.

## Nog een voorbeeld

$$\begin{array}{rcll} \text{maximaliseer } Z & = & 2x_1 & -3x_2 & +4x_3 & & & \\ \text{o.d.v.} & & x_1 & -x_2 & +2x_3 & \leq & 7 & \\ & & 2x_1 & +x_2 & +3x_3 & \leq & 22 & \\ & & x_1 & -x_2 & +x_3 & \leq & 2 & \\ & & x_1, & x_2, & x_3 & \geq & 0 & \end{array}$$

## Nog een voorbeeld

$$\begin{array}{rcll} \text{maximaliseer } Z & = & 2x_1 & -3x_2 & +4x_3 & & & \\ \text{o.d.v.} & & x_1 & -x_2 & +2x_3 & \leq & 7 & \\ & & 2x_1 & +x_2 & +3x_3 & \leq & 22 & \\ & & x_1 & -x_2 & +x_3 & \leq & 2 & \\ & & x_1, & x_2, & x_3 & \geq & 0 & \end{array}$$

Veronderstel we veranderen de rechterzijde constanten in  $b_1 = 7$ ,  $b_2 = 20$  en  $b_3 = 3$ .

## Nog een voorbeeld

$$\begin{array}{rcll} \text{maximaliseer } Z & = & 2x_1 & -3x_2 & +4x_3 & & & \\ \text{o.d.v.} & & x_1 & -x_2 & +2x_3 & \leq & 7 & \\ & & 2x_1 & +x_2 & +3x_3 & \leq & 20 & \\ & & x_1 & -x_2 & +x_3 & \leq & 3 & \\ & & x_1, & x_2, & x_3 & \geq & 0 & \end{array}$$

Het simplextableau waarmee we starten is

	$Z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$b$
$Z$	1	-2	3	-4	0	0	0	0
$s_1$	0	1	-1	2	1	0	0	7
$s_2$	0	2	1	3	0	1	0	20
$s_3$	0	1	-1	1	0	0	1	3

Het uiteindelijke simplextableau is

	$Z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$b$
$Z$	1	1	0	0	1	0	2	?
$x_2$	0	-1	1	0	1	0	-2	?
$s_2$	0	3	0	0	-4	1	5	?
$x_3$	0	0	0	1	1	0	-1	?

Het uiteindelijke simplextableau is

	$Z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$b$
$Z$	1	1	0	0	1	0	2	?
$x_2$	0	-1	1	0	1	0	-2	?
$s_2$	0	3	0	0	-4	1	5	?
$x_3$	0	0	0	1	1	0	-1	?

Onze matrix  $M$  is de matrix onder de slackvariabelen:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & -4 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Het uiteindelijke simplextableau is

	$Z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$b$
$Z$	1	1	0	0	1	0	2	?
$x_2$	0	-1	1	0	1	0	-2	?
$s_2$	0	3	0	0	-4	1	5	?
$x_3$	0	0	0	1	1	0	-1	?

Onze matrix  $M$  is de matrix onder de slackvariabelen:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & -4 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

De nieuwe rechterzijde van het simplextableau is

$$M \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 20 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ 1 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Het uiteindelijke simplextableau is

	$Z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$b$
$Z$	1	1	0	0	1	0	2	13
$x_2$	0	-1	1	0	1	0	-2	1
$s_2$	0	3	0	0	-4	1	5	7
$x_3$	0	0	0	1	1	0	-1	4

Onze matrix  $M$  is de matrix onder de slackvariabelen:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & -4 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

De nieuwe rechterzijde van het simplextableau is

$$M \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 20 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ 1 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 \text{maximaliseer } Z &= 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 \\
 \text{o.d.v.} & \begin{aligned}
 x_1 - x_2 + 2x_3 &\leq 7 \\
 2x_1 + x_2 + 3x_3 &\leq 20 \\
 x_1 - x_2 + x_3 &\leq 3 \\
 x_1, x_2, x_3 &\geq 0
 \end{aligned}
 \end{aligned}$$

	Z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	b
Z	1	1	0	0	1	0	2	13
$x_2$	0	-1	1	0	1	0	-2	1
$s_2$	0	3	0	0	-4	1	5	7
$x_3$	0	0	0	1	1	0	-1	4

De basis oplossing  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 1$ ,  $x_3 = 4$ ,  $s_1 = 0$ ,  $s_2 = 7$  en  $s_3 = 0$  is toegelaten. Omdat de gereduceerde kostencoëfficiënten in het simplextableau allemaal niet-negatief zijn, is deze toegelaten basis oplossing optimaal.

## Algemeen

Hoeveel kunnen we veranderen aan  $b$  opdat we nog steeds een optimale oplossing krijgen?

$$\begin{array}{rcll} \text{maximaliseer } Z & = & 2x_1 & -3x_2 & +4x_3 & & & & \\ \text{o.d.v.} & & x_1 & -x_2 & +2x_3 & \leq & 7 + \Delta_1 & & \\ & & 2x_1 & +x_2 & +3x_3 & \leq & 22 + \Delta_2 & & \\ & & x_1 & -x_2 & +x_3 & \leq & 2 + \Delta_3 & & \\ & & x_1, & x_2, & x_3 & \geq & 0 & & \end{array}$$

Het simplextableau waarmee we starten is

	$Z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$b$
$Z$	1	-2	3	-4	0	0	0	0
$s_1$	0	1	-1	2	1	0	0	$7 + \Delta_1$
$s_2$	0	2	1	3	0	1	0	$22 + \Delta_2$
$s_3$	0	1	-1	1	0	0	1	$2 + \Delta_3$

Het simplextableau waarmee we starten is

	$Z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$b$
$Z$	1	-2	3	-4	0	0	0	0
$s_1$	0	1	-1	2	1	0	0	$7 + \Delta_1$
$s_2$	0	2	1	3	0	1	0	$22 + \Delta_2$
$s_3$	0	1	-1	1	0	0	1	$2 + \Delta_3$

Het uiteindelijke simplextableau is

	$Z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$b$
$Z$	1	1	0	0	1	0	2	?
$x_2$	0	-1	1	0	1	0	-2	?
$s_2$	0	3	0	0	-4	1	5	?
$x_3$	0	0	0	1	1	0	-1	?

Het uiteindelijke simplextableau is

	$Z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$b$
$Z$	1	1	0	0	1	0	2	?
$x_2$	0	-1	1	0	1	0	-2	?
$s_2$	0	3	0	0	-4	1	5	?
$x_3$	0	0	0	1	1	0	-1	?

Onze matrix  $M$  is de matrix onder de slackvariabelen:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & -4 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Het uiteindelijke simplextableau is

	Z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	b
Z	1	1	0	0	1	0	2	?
$x_2$	0	-1	1	0	1	0	-2	?
$s_2$	0	3	0	0	-4	1	5	?
$x_3$	0	0	0	1	1	0	-1	?

Onze matrix  $M$  is de matrix onder de slackvariabelen:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & -4 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

De nieuwe rechterzijde van het simplextableau is

$$M \begin{pmatrix} 0 \\ 7 + \Delta_1 \\ 22 + \Delta_2 \\ 2 + \Delta_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 + \Delta_1 + 2\Delta_3 \\ 3 + \Delta_1 - 2\Delta_3 \\ 4 - 4\Delta_1 + \Delta_2 + 5\Delta_3 \\ 5 + \Delta_1 - \Delta_3 \end{pmatrix}$$

Het uiteindelijke simplex tableau is

	Z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	b
Z	1	1	0	0	1	0	2	$11 + \Delta_1 + 2\Delta_3$
$x_2$	0	-1	1	0	1	0	-2	$3 + \Delta_1 - 2\Delta_3$
$s_2$	0	3	0	0	-4	1	5	$4 - 4\Delta_1 + \Delta_2 + 5\Delta_3$
$x_3$	0	0	0	1	1	0	-1	$5 + \Delta_1 - \Delta_3$

Onze matrix  $M$  is de matrix onder de slackvariabelen:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & -4 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

De nieuwe rechterzijde van het simplextableau is

$$M \begin{pmatrix} 0 \\ 7 + \Delta_1 \\ 22 + \Delta_2 \\ 2 + \Delta_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 + \Delta_1 + 2\Delta_3 \\ 3 + \Delta_1 - 2\Delta_3 \\ 4 - 4\Delta_1 + \Delta_2 + 5\Delta_3 \\ 5 + \Delta_1 - \Delta_3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{rcll}
 \text{maximaliseer } Z & = & 2x_1 & -3x_2 & +4x_3 & & & \\
 \text{o.d.v.} & & x_1 & -x_2 & +2x_3 & \leq & 7 & \\
 & & 2x_1 & +x_2 & +3x_3 & \leq & 22 & \\
 & & x_1 & -x_2 & +x_3 & \leq & 2 + \Delta_3 & \\
 & & x_1, & x_2, & x_3 & \geq & 0 & 
 \end{array}$$

Voor welke  $\Delta_3$  blijft de basis oplossing een toegelaten basis oplossing?

$$\begin{aligned}
 \text{maximaliseer } Z &= 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 \\
 \text{o.d.v.} & \\
 x_1 - x_2 + 2x_3 &\leq 7 \\
 2x_1 + x_2 + 3x_3 &\leq 22 \\
 x_1 - x_2 + x_3 &\leq 2 + \Delta_3 \\
 x_1, x_2, x_3 &\geq 0
 \end{aligned}$$

Voor welke  $\Delta_3$  blijft de basis oplossing een toegelaten basis oplossing? Het simplex tableau is

	Z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	b
Z	1	1	0	0	1	0	2	$11 + 2\Delta_3$
$x_2$	0	-1	1	0	1	0	-2	$3 - 2\Delta_3$
$s_2$	0	3	0	0	-4	1	5	$4 + 5\Delta_3$
$x_3$	0	0	0	1	1	0	-1	$5 - \Delta_3$

De basis oplossing  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 3 - 2\Delta$ ,  $x_3 = 5 - \Delta_3$ ,  $s_1 = 0$ ,  $s_2 = 4 + 5\Delta_3$  en  $s_3 = 0$  is toegelaten als

$$\begin{aligned}
 3 - 2\Delta_3 &\geq 0 \\
 5 - \Delta_3 &\geq 0 \\
 4 + 5\Delta_3 &\geq 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{maximaliseer } Z &= 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 \\
 \text{o.d.v.} & \begin{aligned}
 x_1 - x_2 + 2x_3 &\leq 7 \\
 2x_1 + x_2 + 3x_3 &\leq 22 \\
 x_1 - x_2 + x_3 &\leq 2 + \Delta_3 \\
 x_1, x_2, x_3 &\geq 0
 \end{aligned}
 \end{aligned}$$

Voor welke  $\Delta_3$  blijft de basis oplossing een toegelaten basis oplossing? Het simplex tableau is

	Z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	b
Z	1	1	0	0	1	0	2	$11 + 2\Delta_3$
$x_2$	0	-1	1	0	1	0	-2	$3 - 2\Delta_3$
$s_2$	0	3	0	0	-4	1	5	$4 + 5\Delta_3$
$x_3$	0	0	0	1	1	0	-1	$5 - \Delta_3$

De basis oplossing  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 3 - 2\Delta$ ,  $x_3 = 5 - \Delta_3$ ,  $s_1 = 0$ ,  $s_2 = 4 + 5\Delta_3$  en  $s_3 = 0$  is toegelaten als

$$\begin{aligned}
 \Delta_3 &\leq 1\frac{1}{2} \\
 \Delta_3 &\leq 5 \\
 \Delta_3 &\geq -\frac{4}{5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{maximaliseer } Z &= 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 \\
 \text{o.d.v.} & \begin{aligned}
 x_1 - x_2 + 2x_3 &\leq 7 \\
 2x_1 + x_2 + 3x_3 &\leq 22 \\
 x_1 - x_2 + x_3 &\leq 2 + \Delta_3 \\
 x_1, x_2, x_3 &\geq 0
 \end{aligned}
 \end{aligned}$$

Voor welke  $\Delta_3$  blijft de basis oplossing een toegelaten basis oplossing? Het simplex tableau is

	Z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	b
Z	1	1	0	0	1	0	2	$11 + 2\Delta_3$
$x_2$	0	-1	1	0	1	0	-2	$3 - 2\Delta_3$
$s_2$	0	3	0	0	-4	1	5	$4 + 5\Delta_3$
$x_3$	0	0	0	1	1	0	-1	$5 - \Delta_3$

De basis oplossing  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 3 - 2\Delta$ ,  $x_3 = 5 - \Delta_3$ ,  $s_1 = 0$ ,  $s_2 = 4 + 5\Delta_3$  en  $s_3 = 0$  is toegelaten als

$$-\frac{4}{5} \leq \Delta_3 \leq 1\frac{1}{2}$$





## Toevoegen van een nieuwe variabele

$$\begin{array}{rcll} \text{maximaliseer } Z & = & 2x_1 & -3x_2 & +4x_3 & & & \\ \text{o.d.v.} & & x_1 & -x_2 & +2x_3 & \leq & 7 & \\ & & 2x_1 & +x_2 & +3x_3 & \leq & 22 & . \\ & & x_1 & -x_2 & +x_3 & \leq & 2 & \\ & & x_1, & x_2, & x_3 & \geq & 0 & \end{array}$$

Het duale lineaire programmeringsmodel is

$$\begin{array}{rcll} \text{minimaliseer } W & = & 7y_1 & +22y_2 & +2y_3 & & & \\ \text{o.d.v.} & & y_1 & +2y_2 & +y_3 & \geq & 2 & \\ & & -y_1 & +y_2 & -y_3 & \geq & -3 & \\ & & 2y_1 & +3y_2 & +y_3 & \geq & 4 & \\ & & y_1, & y_2, & y_3 & \geq & 0 & \end{array}$$

We kunnen een optimale oplossing voor het duale lineaire programmeringsmodel vinden als de gereduceerde kostencoëfficiënten in de optimale simplextableau.

## Toevoegen van een nieuwe variabele

$$\begin{array}{rcll} \text{maximaliseer } Z & = & 2x_1 & -3x_2 & +4x_3 & & & \\ \text{o.d.v.} & & x_1 & -x_2 & +2x_3 & \leq & 7 & \\ & & 2x_1 & +x_2 & +3x_3 & \leq & 22 & . \\ & & x_1 & -x_2 & +x_3 & \leq & 2 & \\ & & x_1, & x_2, & x_3 & \geq & 0 & \end{array}$$

Het duale lineaire programmeringsmodel is

$$\begin{array}{rcll} \text{minimaliseer } W & = & 7y_1 & +22y_2 & +2y_3 & & & \\ \text{o.d.v.} & & y_1 & +2y_2 & +y_3 & \geq & 2 & \\ & & -y_1 & +y_2 & -y_3 & \geq & -3 & \\ & & 2y_1 & +3y_2 & +y_3 & \geq & 4 & \\ & & y_1, & y_2, & y_3 & \geq & 0 & \end{array}$$

We voegen een nieuwe variabele toe.

$$\begin{array}{rcllcl}
 \text{maximaliseer } Z & = & 2x_1 & -3x_2 & +4x_3 & +12x_4 & & & & \\
 \text{o.d.v.} & & x_1 & -x_2 & +2x_3 & & & & \leq & 7 \\
 & & 2x_1 & +x_2 & +3x_3 & +80x_4 & & & \leq & 22 . \\
 & & x_1 & -x_2 & +x_3 & +x_4 & & & \leq & 2 \\
 & & x_1, & x_2, & x_3, & x_4 & & & \geq & 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcllcl}
 \text{maximaliseer } Z & = & 2x_1 & -3x_2 & +4x_3 & +12x_4 & & & & \\
 \text{o.d.v.} & & x_1 & -x_2 & +2x_3 & & & & \leq & 7 \\
 & & 2x_1 & +x_2 & +3x_3 & +80x_4 & & & \leq & 22 \text{ .} \\
 & & x_1 & -x_2 & +x_3 & +x_4 & & & \leq & 2 \\
 & & x_1, & x_2, & x_3, & x_4 & & & \geq & 0
 \end{array}$$

Het duale lineaire programmeringsmodel is

$$\begin{array}{rcllcl}
 \text{minimaliseer } W & = & 7y_1 & +22y_2 & +2y_3 & & & & & \\
 \text{o.d.v.} & & y_1 & +2y_2 & +y_3 & & & & \geq & 2 \\
 & & -y_1 & +y_2 & -y_3 & & & & \geq & -3 \\
 & & 2y_1 & +3y_2 & +y_3 & & & & \geq & 4 \\
 & & & 80y_2 & +y_3 & & & & \geq & 12 \\
 & & y_1, & y_2, & y_3 & & & & \geq & 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcllcl}
 \text{maximaliseer } Z & = & 2x_1 & -3x_2 & +4x_3 & +12x_4 & & & & \\
 \text{o.d.v.} & & x_1 & -x_2 & +2x_3 & & & & \leq & 7 \\
 & & 2x_1 & +x_2 & +3x_3 & +80x_4 & & & \leq & 22 . \\
 & & x_1 & -x_2 & +x_3 & +x_4 & & & \leq & 2 \\
 & & x_1, & x_2, & x_3, & x_4 & & & \geq & 0
 \end{array}$$

Het duale lineaire programmeringsmodel is

$$\begin{array}{rcllcl}
 \text{minimaliseer } W & = & 7y_1 & +22y_2 & +2y_3 & & & & & \\
 \text{o.d.v.} & & y_1 & +2y_2 & +y_3 & & & & \geq & 2 \\
 & & -y_1 & +y_2 & -y_3 & & & & \geq & -3 \\
 & & 2y_1 & +3y_2 & +y_3 & & & & \geq & 4 \\
 & & & 80y_2 & +y_3 & & & & \geq & 12 \\
 & & y_1, & y_2, & y_3 & & & & \geq & 0
 \end{array}$$

Als de optimale oplossing van het originele duale lineaire programmeringsmodel aan de nieuwe restrictie voldoet, dan is het makkelijk een optimale oplossing voor het nieuwe primale te vinden.

$$\begin{array}{rcllcl}
 \text{maximaliseer } Z & = & 2x_1 & -3x_2 & +4x_3 & +12x_4 & & & & \\
 \text{o.d.v.} & & x_1 & -x_2 & +2x_3 & & & & \leq & 7 \\
 & & 2x_1 & +x_2 & +3x_3 & +80x_4 & & & \leq & 22 . \\
 & & x_1 & -x_2 & +x_3 & +x_4 & & & \leq & 2 \\
 & & x_1, & x_2, & x_3, & x_4 & & & \geq & 0
 \end{array}$$

Het duale lineaire programmeringsmodel is

$$\begin{array}{rcllcl}
 \text{minimaliseer } W & = & 7y_1 & +22y_2 & +2y_3 & & & & & \\
 \text{o.d.v.} & & y_1 & +2y_2 & +y_3 & & & & \geq & 2 \\
 & & -y_1 & +y_2 & -y_3 & & & & \geq & -3 \\
 & & 2y_1 & +3y_2 & +y_3 & & & & \geq & 4 \\
 & & & 80y_2 & +y_3 & & & & \geq & 12 \\
 & & y_1, & y_2, & y_3 & & & & \geq & 0
 \end{array}$$

Als de optimale oplossing van het originele duale lineaire programmeringsmodel aan de nieuwe restrictie voldoet, dan is het makkelijk een optimale oplossing voor het nieuwe primale te vinden. Waarom?

- ▶ Optimale waarde van het nieuwe duale lineaire programmeringsmodel blijft hetzelfde.
- ▶ Sterke dualiteit zegt dat de optimale waarde van het primale hetzelfde is als de optimale waarde van het duale.
- ▶ Een optimale oplossing van het nieuwe primale lineaire programmeringsmodel kan dan verkregen worden door  $x_4 = 0$  toe te voegen.

In ons voorbeeld is dit echter niet het geval. Een optimale oplossing van het originele duale lineaire programmeringsmodel is  $y_1 = 1$ ,  $y_2 = 0$ ,  $y_3 = 2$ . Maar deze voldoet niet aan de nieuwe restrictie in het duale:

$$80y_2 + y_3 \geq 12.$$

$$\begin{array}{rcll}
 \text{maximaliseer } Z & = & 2x_1 & -3x_2 & +4x_3 & +12x_4 & & & & \\
 \text{o.d.v.} & & x_1 & -x_2 & +2x_3 & & & & & \leq 7 \\
 & & 2x_1 & +x_2 & +3x_3 & +80x_4 & & & & \leq 22 . \\
 & & x_1 & -x_2 & +x_3 & +x_4 & & & & \leq 2 \\
 & & x_1, & x_2, & x_3, & x_4 & & & & \geq 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcllcl}
 \text{maximaliseer } Z & = & 2x_1 & -3x_2 & +4x_3 & +12x_4 & & & & \\
 \text{o.d.v.} & & x_1 & -x_2 & +2x_3 & & & & & \leq 7 \\
 & & 2x_1 & +x_2 & +3x_3 & +80x_4 & & & & \leq 22 . \\
 & & x_1 & -x_2 & +x_3 & +x_4 & & & & \leq 2 \\
 & & x_1, & x_2, & x_3, & x_4 & & & & \geq 0
 \end{array}$$

Het simplextableau waarmee we starten is

	Z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	b
Z	1	-2	3	-4	-12	0	0	0	0
$s_1$	0	1	-1	2	0	1	0	0	7
$s_2$	0	2	1	3	80	0	1	0	22
$s_3$	0	1	-1	1	1	0	0	1	2

$$\begin{aligned}
 \text{maximaliseer } Z &= 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 12x_4 \\
 \text{o.d.v.} & \begin{aligned}
 x_1 - x_2 + 2x_3 &\leq 7 \\
 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 80x_4 &\leq 22 \\
 x_1 - x_2 + x_3 + x_4 &\leq 2 \\
 x_1, x_2, x_3, x_4 &\geq 0
 \end{aligned}
 \end{aligned}$$

Het uiteindelijke simplextableau is

	z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	RHS
z	1	1	0	0	?	1	0	2	11
$x_2$	0	-1	1	0	?	1	0	-2	3
$s_2$	0	3	0	0	?	-4	1	5	4
$x_3$	0	0	0	1	?	1	0	-1	5

We weten nog niet wat op ? staat.

Het simplextableau waarmee we starten is

	$Z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$b$
$Z$	1	-2	3	-4	-12	0	0	0	0
$s_1$	0	1	-1	2	0	1	0	0	7
$s_2$	0	2	1	3	80	0	1	0	22
$s_3$	0	1	-1	1	1	0	0	1	2

Het uiteindelijke simplextableau is

	$z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$b$
$z$	1	1	0	0	?	1	0	2	11
$x_2$	0	-1	1	0	?	1	0	-2	3
$s_2$	0	3	0	0	?	-4	1	5	4
$x_3$	0	0	0	1	?	1	0	-1	5

Het uiteindelijke simplextableau is

	$z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$b$
$z$	1	1	0	0	?	1	0	2	11
$x_2$	0	-1	1	0	?	1	0	-2	3
$s_2$	0	3	0	0	?	-4	1	5	4
$x_3$	0	0	0	1	?	1	0	-1	5

Onze matrix  $M$  is de matrix onder de slackvariabelen:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & -4 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Het uiteindelijke simplextableau is

	$z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$b$
$z$	1	1	0	0	?	1	0	2	11
$x_2$	0	-1	1	0	?	1	0	-2	3
$s_2$	0	3	0	0	?	-4	1	5	4
$x_3$	0	0	0	1	?	1	0	-1	5

Onze matrix  $M$  is de matrix onder de slackvariabelen:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & -4 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

De kolom met vraagtekens is

$$M \begin{pmatrix} -12 \\ 0 \\ 80 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ -2 \\ 85 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Het uiteindelijke simplextableau is

	$z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$b$
$z$	1	1	0	0	-10	1	0	2	11
$x_2$	0	-1	1	0	-2	1	0	-2	3
$s_2$	0	3	0	0	85	-4	1	5	4
$x_3$	0	0	0	1	-1	1	0	-1	5

Onze matrix  $M$  is de matrix onder de slackvariabelen:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & -4 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

De kolom met vraagtekens is

$$M \begin{pmatrix} -12 \\ 0 \\ 80 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ -2 \\ 85 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Het uiteindelijke simplextableau is

	$z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$b$
$z$	1	1	0	0	-10	1	0	2	11
$x_2$	0	-1	1	0	-2	1	0	-2	3
$s_2$	0	3	0	0	85	-4	1	5	4
$x_3$	0	0	0	1	-1	1	0	-1	5

Onze matrix  $M$  is de matrix onder de slackvariabelen:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & -4 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

De kolom met vraagtekens is

$$M \begin{pmatrix} -12 \\ 0 \\ 80 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ -2 \\ 85 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Niet optimaal.  $x_4$  gaat de basis in en  $s_2$  gaat de basis uit. Etc.

## Verandering van de coëfficiënt van een niet-basis variabele in de doelstellingsfunctie

$$\begin{aligned} \text{maximaliseer } Z &= 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 \\ \text{o.d.v.} \quad &x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 7 \\ &2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 22 . \\ &x_1 - x_2 + x_3 \leq 2 \\ &x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Het simplex tableau waarmee we starten is

	Z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	b
Z	1	-2	3	-4	0	0	0	0
$s_1$	0	1	-1	2	1	0	0	7
$s_2$	0	2	1	3	0	1	0	22
$s_3$	0	1	-1	1	0	0	1	2

## Verandering van de coëfficiënt van een niet-basis variabele in de doelstellingsfunctie

$$\begin{aligned} \text{maximaliseer } Z &= 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 \\ \text{o.d.v.} \quad &x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 7 \\ &2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 22 \\ &x_1 - x_2 + x_3 \leq 2 \\ &x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Het optimale simplex tableau is

	$Z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$b$
$Z$	1	1	0	0	1	0	2	11
$x_2$	0	-1	1	0	1	0	-2	3
$s_2$	0	3	0	0	-4	1	5	4
$x_3$	0	0	0	1	1	0	-1	5

Het simplex tableau waarmee we starten is

	$Z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$b$
$Z$	1	-2	3	-4	0	0	0	0
$s_1$	0	1	-1	2	1	0	0	7
$s_2$	0	2	1	3	0	1	0	22
$s_3$	0	1	-1	1	0	0	1	2

Het optimale simplex tableau is

	$Z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$b$
$Z$	1	1	0	0	1	0	2	11
$x_2$	0	-1	1	0	1	0	-2	3
$s_2$	0	3	0	0	-4	1	5	4
$x_3$	0	0	0	1	1	0	-1	5

Het simplex tableau waarmee we starten is

	$Z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$b$
$Z$	1	-2	3	-4	0	0	0	0
$s_1$	0	1	-1	2	1	0	0	7
$s_2$	0	2	1	3	0	1	0	22
$s_3$	0	1	-1	1	0	0	1	2

De eerste rij van het optimale simplex tableau is

	$z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$b$
$z$	1	1	0	0	1	0	2	11

Het simplex tableau waarmee we starten is

	Z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	b
Z	1	-2	3	-4	0	0	0	0
$s_1$	0	1	-1	2	1	0	0	7
$s_2$	0	2	1	3	0	1	0	22
$s_3$	0	1	-1	1	0	0	1	2

De eerste rij van het optimale simplex tableau is

	z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	b
z	1	1	0	0	1	0	2	11

Met behulp van de gereduceerde kostencoëfficiënten  $y_1 = 1$ ,  $y_2 = 0$  en  $y_3 = 2$  kunnen we dit makkelijk berekenen.

De eerste rij van het optimale simplex tableau

	Z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$b$
Z	1	1	0	0	1	0	2	11
$x_2$	0	-1	1	0	1	0	-2	3
$s_2$	0	3	0	0	-4	1	5	4
$x_3$	0	0	0	1	1	0	-1	5

is

$$(1 \quad y_1 \quad y_2 \quad y_3) \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 7 \\ 0 & 2 & 1 & 3 & 0 & 1 & 0 & 22 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Wat gebeurt er als we de doelstellingsfunctie veranderen in een niet-basis variabele?

$$\begin{array}{rcll} \text{maximaliseer } Z & = & 2x_1 & -3x_2 & +4x_3 & & & \\ \text{o.d.v.} & & x_1 & -x_2 & +2x_3 & \leq & 7 & \\ & & 2x_1 & +x_2 & +3x_3 & \leq & 22 & . \\ & & x_1 & -x_2 & +x_3 & \leq & 2 & \\ & & x_1, & x_2, & x_3 & \geq & 0 & \end{array}$$

Wat gebeurt er als we de doelstellingsfunctie veranderen in een niet-basis variabele?

$$\begin{array}{l} \text{maximaliseer } Z = (2 + \Delta)x_1 - 3x_2 + 4x_3 \\ \text{o.d.v.} \end{array} \begin{array}{l} x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 7 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 22 \\ x_1 - x_2 + x_3 \leq 2 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array} .$$

Wat gebeurt er als we de doelstellingsfunctie veranderen in een niet-basis variabele?

$$\begin{array}{rcll}
 \text{maximaliseer } Z & = & (2 + \Delta)x_1 & -3x_2 & +4x_3 & & \\
 \text{o.d.v.} & & x_1 & -x_2 & +2x_3 & \leq & 7 \\
 & & 2x_1 & +x_2 & +3x_3 & \leq & 22 \ . \\
 & & x_1 & -x_2 & +x_3 & \leq & 2 \\
 & & x_1, & x_2, & x_3 & \geq & 0
 \end{array}$$

De eerste rij van het simplex tableau waarmee we eindigen verandert in

Wat gebeurt er als we de doelstellingsfunctie veranderen in een niet-basis variabele?

$$\begin{array}{rcll}
 \text{maximaliseer } Z & = & (2 + \Delta)x_1 & -3x_2 & +4x_3 & & & \\
 \text{o.d.v.} & & x_1 & -x_2 & +2x_3 & \leq & 7 & \\
 & & 2x_1 & +x_2 & +3x_3 & \leq & 22 & . \\
 & & x_1 & -x_2 & +x_3 & \leq & 2 & \\
 & & x_1, & x_2, & x_3 & \geq & 0 & 
 \end{array}$$

De eerste rij van het simplex tableau waarmee we eindigen verandert in

$$(1 \quad y_1 \quad y_2 \quad y_3) \begin{pmatrix} 1 & -2 - \Delta & 3 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 7 \\ 0 & 2 & 1 & 3 & 0 & 1 & 0 & 22 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Wat gebeurt er als we de doelstellingsfunctie veranderen in een niet-basis variabele?

$$\begin{array}{rcll}
 \text{maximaliseer } Z & = & (2 + \Delta)x_1 & -3x_2 & +4x_3 & & & & \\
 \text{o.d.v.} & & x_1 & -x_2 & +2x_3 & \leq & 7 & & \\
 & & 2x_1 & +x_2 & +3x_3 & \leq & 22 & . & \\
 & & x_1 & -x_2 & +x_3 & \leq & 2 & & \\
 & & x_1, & x_2, & x_3 & \geq & 0 & & 
 \end{array}$$

De eerste rij van het simplex tableau waarmee we eindigen verandert in

$$(1 \quad 1 - \Delta \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 2 \quad 11)$$

Alleen de gereduceerde kostencoëfficiënt van  $x_1$  verandert. Het simplex tableau blijft optimaal zolang  $1 - \Delta \geq 0$ . Als  $\Delta > 1$ , dan wordt de gereduceerde kostencoëfficiënt van  $x_1$  negatief. Pas simplex methode toe om een nieuwe optimale oplossing te vinden.

## Verandering van de coëfficiënt van een basisvariabele in de doelstellingsfunctie

$$\begin{aligned} \text{maximaliseer } Z &= 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 \\ \text{o.d.v.} \quad &x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 7 \\ &2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 22 . \\ &x_1 - x_2 + x_3 \leq 2 \\ &x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Het nieuwe "simplex tableau" is

	$z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$b$
$z$	1	1	?	0	1	0	2	11
$x_2$	0	-1	1	0	1	0	-2	3
$s_2$	0	3	0	0	-4	1	5	4
$x_3$	0	0	0	1	1	0	-1	5

## Verandering van de coëfficiënt van een basisvariabele in de doelstellingsfunctie

$$\begin{aligned} \text{maximaliseer } Z &= 2x_1 - 4x_2 + 4x_3 \\ \text{o.d.v.} \quad &x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 7 \\ &2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 22 \\ &x_1 - x_2 + x_3 \leq 2 \\ &x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Het nieuwe "simplex tableau" is

	$z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$b$
$z$	1	1	?	0	1	0	2	11
$x_2$	0	-1	1	0	1	0	-2	3
$s_2$	0	3	0	0	-4	1	5	4
$x_3$	0	0	0	1	1	0	-1	5

Op de plek van ? hebben we

$$(1 \quad y_1 \quad y_2 \quad y_3) \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = 1$$

Op de plek van ? hebben we

$$(1 \quad y_1 \quad y_2 \quad y_3) \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = 1$$

Het nieuwe tableau is

	$z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$b$
$z$	1	1	1	0	1	0	2	11
$x_2$	0	-1	1	0	1	0	-2	3
$s_2$	0	3	0	0	-4	1	5	4
$x_3$	0	0	0	1	1	0	-1	5

Het tableau is niet in de juiste vorm. We moeten er eerst voor zorgen dat de gereduceerde kostencoëfficiënt van  $x_2$  gelijk is aan 0. Doen we d.m.v. rij operaties.

Op de plek van ? hebben we

$$(1 \quad y_1 \quad y_2 \quad y_3) \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = 1$$

	$z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$b$
$z$	1	2	0	0	0	0	4	8
$x_2$	0	-1	1	0	1	0	-2	3
$s_2$	0	3	0	0	-4	1	5	4
$x_3$	0	0	0	1	1	0	-1	5

De optimale oplossing verandert niet, maar de optimale waarde in het algemeen wel.