Technische Universiteit Eindhoven
Faculteit Wiskunde en Informatica

Kansrekening en Statistiek (2WS04/2WS13)

Extra Opgaven (week 6)

De stochast X is Poisson verdeeld met parameter $\lambda > 0$.

1. Laat zien dat $\mathbb{P}(X = i)$ monotoon stijgend is in i zolang $i < \lambda$, en monotoon dalend als $i > \lambda$.

   Hint: Bekijk $\mathbb{P}(X = i)/\mathbb{P}(X = i - 1)$.

2. Laat zien dat
$$\mathbb{E}(X^n) = \lambda\, \mathbb{E}\big((X+1)^{n-1}\big), \qquad (n = 2, 3, \dots).$$
   Gebruik dat om $\mathbb{E}(X^3)$ te berekenen.

3. Laat zien dat
$$\mathbb{P}(X \text{ is een even getal}) = \frac{1}{2}(1 + \mathrm{e}^{-2\lambda}).$$
   Hint: gebruik de Taylor expansie van $\mathrm{e}^{-\lambda} + \mathrm{e}^{\lambda}$.