

Extra opgaven bij 11.3

- Geef een parametervoorstelling voor de volgende krommen in \mathbb{R}^3 :
 - K_1 gegeven door de vergelijkingen: $x^2 + y = 0$, $y^2 + z = 0$.
 - K_2 gegeven door de vergelijkingen: $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$, $x = z$.
- Bepaal een vergelijking voor de krommen in \mathbb{R}^2 en \mathbb{R}^3 beschreven door de volgende parametervoorstellingen:
 - K_1 : $x = 1 + e^{2t}$, $y = e^t$.
 - K_2 : $x = 2 \cos \theta$, $y = 1 + \sin \theta$.
 - K_3 : $x = 1 - 4 \sin \theta$, $y = -2 + 4 \cos \theta$, $z = 4(\cos \theta - \sin \theta)$.
- Gegeven is de kromme K door de vergelijkingen $x^2 + y^2 = 1$, $y^2 + z^2 = 1$.
 - Laat zien dat K bestaat uit twee gedeelten, waarvan er één ligt in het vlak $x = z$ en het andere in het vlak $x = -z$. Schets K .
 - Geef van beide delen een parametervoorstelling.
- Gegeven is de kromme K met parametervoorstelling $\mathbf{r}(t) = (\frac{1}{4}t^4, \frac{1}{3}t^3, t)$. In welke punten van deze kromme is de raaklijn aan de kromme evenwijdig aan het vlak $x + 3y - 4z = 0$?
- Gegeven is de kromme K door de vergelijkingen $x^2 + y^2 = 4$, $x + y + z = 2$.
 - Bepaal een parametervoorstelling voor K .
 - Bepaal een parametervoorstelling voor de raaklijn aan K in het punt $(0, 2, 0)$.

Antwoorden

- (a) $\mathbf{r}(t) = (t, -t^2, -t^4)$, $t \in \mathbb{R}$.

(b) $\mathbf{r}(\theta) = (\frac{3}{2}\sqrt{2} \cos \theta, 3 \sin \theta, \frac{3}{2}\sqrt{2} \cos \theta)$, $0 \leq \theta < 2\pi$.
- (a) $x = 1 + y^2$.

(b) $\frac{1}{4}x^2 + (y - 1)^2 = 1$ (ellips).

(c) $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 16$, $z = x + y + 1$ (ellips).
- (a) Door de tweede vergelijking van de eerste af te trekken ontstaat de vergelijking $z^2 - x^2 = 1$, waaruit volgt $z = x$ of $z = -x$.

(b) $K_1 : \mathbf{r}(\theta) = (\cos \theta, \sin \theta, \cos \theta)$, $0 \leq \theta < 2\pi$
en
 $K_2 : \mathbf{r}(\theta) = (\cos \theta, \sin \theta, -\cos \theta)$, $0 \leq \theta < 2\pi$.
- (a) $(\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, 1)$, $(4, -\frac{8}{3}, -2)$.
- (a) $\mathbf{r}(\theta) = (2 \cos \theta, 2 \sin \theta, 2(1 - \cos \theta - \sin \theta))$, $0 \leq \theta < 2\pi$.

(b) $\mathbf{x}(\lambda) = (0, 2, 0) + \lambda(1, 0, -1)$, $\lambda \in \mathbb{R}$.