

Tentamen Functietheorie (2Y480) op 20 januari 2003, 9.00-12.00 uur

De uitwerkingen der opgaven dienen duidelijk geformuleerd en overzichtelijk opgeschreven te worden.

1. Van een gehele functie $f(z)$ is gegeven dat $\Re f(z) = e^{ax} \cos(2\pi y)$, waar de reële getallen x en y bepaald worden door $z = x + iy$. Hierbij is a een positief getal. Verder is gegeven dat $f(0)$ reëel is. Bepaal a en $f(z)$, uitgedrukt in z .
2. Bepaal de functie $f(z)$ met de volgende eigenschappen:
 - (a) $f(z)$ is overall analytisch behalve in de oorsprong, die een pool van de eerste orde is.
 - (b) $f(z)/z \rightarrow 1$ voor $|z| \rightarrow \infty$.
 - (c) $f(1) = f'(1) = 0$.
3. Bepaal de Laurentontwikkeling van de functie $f(z) := 1/z^2$ rond $z = 1$ die convergeert in $z = -1$.
4. Laat n een geheel getal zijn. Bereken
 - (a) $\int_0^{2\pi} e^{-ni\phi} e^{i\phi} d\phi$,
 - (b) $\int_0^{2\pi} e^{\cos\phi} \cos(\sin\phi - n\phi) d\phi$.
5. Bereken

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\sin x)^2}{x^2(1+x^2)} dx.$$

Normering:

1	2	3	4	5
			a b	
10	10	10	7 3	10