TECHNISCHE UNIVERSITEIT EINDHOVEN
Faculteit Wiskunde en Informatica

Tentamen Functietheorie (2Y480) op donderdag 17 november 2005, 9.00-12.00 uur.

De uitwerkingen van de opgaven dienen duidelijk geformuleerd en overzichtelijk opgeschreven te worden.

---

1. Bepaal een holomorfe functie $f(z)$ waarvoor geldt ($z \equiv x + iy$)

$$\text{Re } f(z) = x(x^2 - 3y^2 - 6y - 4) \; .$$

2. Gegeven is de functie

$$f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{z}{z-1} \right)^n \quad (z \neq 1) \; .$$

   a) Bepaal het convergentiegebied G van deze reeks.
   b) Bepaal een expliciete uitdrukking voor $f(z)$ door de som van de reeks te bepalen.

3. Bereken

$$\int_0^{2\pi} \frac{\sin\varphi}{2 - \cos\varphi} d\varphi \; .$$

4. Bereken

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos x}{x - a} dx \quad \text{met } a \in \mathbb{C}, \; a \notin \mathbb{R} \; .$$

5. Gegeven is dat de functie $f(z)$ holomorf is op $\mathbb{C}$ en verder behoudens dat

   a) $f(z)$ een eerste-orde pool heeft in $z = 2$.
   b) $f(z)$ een tweede-orde pool heeft in $z = 1$ met residu 0.
   c) $\lim_{z \to \infty} f(z) = -1$.
   d) $f(-1) = 0$.
   e) $\int_{|z|=3} z f(z) dz = 0$.

   Bepaal $f(z)$.

---

6. Bewijs dat voor $|\arg z| < \pi$ geldt

$$\int_0^\infty \left[\frac{1}{t+1} - \frac{1}{t+z}\right] dt = \ln z \; .$$

7. Bereken de Laplace-teruggetransformeerde van

$$\frac{1}{s^3 + 4s^2 + 4s} \; .$$

Puntenwaardering:

Opgave 1 :	5 punten	Opgave 4:	5 punten
Opgave 2a:	2 punten	Opgave 5:	7 punten
Opgave 2b:	3 punten	Opgave 6:	6 punten
Opgave 3 :	6 punten	Opgave 7:	6 punten

Het eindcijfer wordt bepaald door het totaal te delen door 4.