

TECHNISCHE UNIVERSITEIT EINDHOVEN

Faculteit Wiskunde en Informatica

Deeltentamen Bewijzen met Computerondersteuning (2R844) op maandag
13 mei 2002, 14.00 – 16.00 uur.

NB: Dit is een 'open-boek-tentamen', u mag dus schriftelijk materiaal naar
keuze als informatie gebruiken.

De uitwerkingen van de opgaven moeten duidelijk geformuleerd en overzicht-
telijk opgeschreven worden.

1. Deze vraag gaat over de ongetypeerde λ -calculus.

Laat M een term zijn in de ongetypeerde λ -calculus met de volgende
eigenschappen:

(1) M heeft een β -normaalvorm,

(2) Er is een oneindige reductierij $M \equiv M_0 \rightarrow_{\beta} M_1 \rightarrow_{\beta} M_2 \rightarrow \dots$.

(5) (a) Bewijs dat *elke* M_i een β -normaalvorm heeft.

(5) (b) Geef een voorbeeld van een term M met de bovengenoemde twee
eigenschappen en laat zien dat die term aan de eigenschappen
voldoet.

(10) 2. Deze vraag gaat over $\lambda \rightarrow$ -Church.

Vind een bewoner van het type $(\sigma \rightarrow (\sigma \rightarrow \tau)) \rightarrow (\sigma \rightarrow (\varphi \rightarrow \tau))$ in
de lege context en geef de bijbehorende afleiding (dit mag in vlaggen-
notatie).

Zie bladzijde 2.

Deeltentamen Bewijzen met Computerondersteuning (2R844) op maandag
13 mei 2002, 14.00 – 16.00 uur.

(10) 3. Deze vraag gaat over $\lambda 2$.

Laat zien dat de volgende term typeerbaar is in context $\Gamma \equiv \text{nat} : * .$

$(\lambda \alpha : * . \lambda \beta : * . \lambda f : \alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \alpha) . \lambda x : \alpha . \lambda y : \beta . fxy) \text{ nat nat} .$

Geef daartoe een afleiding waarmee het type van deze term wordt berekend. Vermeld ook welke afleidingsregels u gebruikt.

Noot: U mag de verkorte vlaggennotatie gebruiken, dus u mag:

- (1) de context aangeven met vlaggen,
- (2) toepassingen van de ax-regel (ook wel genoemd: start-rule) overslaan.

(10) 4. Deze vraag gaat over λC .

Geef een afleiding die als bewijs kan dienen van de logische uitspraak $(p \vee q) \Rightarrow (\neg p \Rightarrow \neg \neg q)$.

NB: Gebruik de tweede-orde definitie van \vee .

Noot: (1) U mag *start* en *weakening* waar nodig combineren.

(2) U mag de (s_1, s_2) -rule (ook wel genoemd: form-regel) negeren, dat wil zeggen: u mag aannemen dat elk Π -type dat u tegenkomt al in orde is.

De getallen tussen haakjes vóór elk onderdeel geven aan hoeveel punten u met dat onderdeel kunt behalen. Het eindcijfer wordt bepaald door het totaal der behaalde punten door 4 te delen en af te ronden.