<u>TECHNISCHE UNIVERSITEIT EINDHOVEN</u>

Faculteit Wiskunde en Informatica

Deeltentamen Bewijzen met Computerondersteuning (2R844) op donderdag 20 maart 2003, 09.00 – 11.00 uur.
NB: Dit is een 'open-boek-tentamen', u mag dus schriftelijk materiaal naar keuze als informatie gebruiken.
De uitwerkingen van de opgaven moeten duidelijk geformuleerd en overzichtelijk opgeschreven worden.

---

1. Deze vraag gaat over de ongetypeerde λ-calculus.

   We definiëren de λ-termen K en S door:

   $K := \lambda xy\,.\,x$, en

   $S := \lambda xyz\,.\,xz(yz)$.

(5) (a) Laat zien dat $SKKx =_\beta Kxy$.

(5) (b) Bewijs dat er *geen* term H kan bestaan waarvoor geldt, voor elke P en Q:
$HPQ \twoheadrightarrow_\beta K$ als $P =_\beta Q$ en
$HPQ \twoheadrightarrow_\beta S$ als $\neg(P =_\beta Q)$.
(Aanwijzing: bekijk de term $(\lambda u\,.\,Huv)v$.)

(10) 2. Deze vraag gaat over $\lambda\!\rightarrow$–Church.

   Laat zien dat de volgende term legaal is in de lege context:

   $\lambda x : (\sigma \to \tau) \to \sigma\ .\ \lambda y : \sigma \to \tau\ .\ \lambda z : \varphi\ .\ y(xy)$

   en geef de bijbehorende afleiding (dit mag in vlaggennotatie, maar geef dan wél aan waar de *axiom*-regel gebruikt wordt).

<u>Zie bladzijde 2.</u>

Deeltentamen Bewijzen met Computerondersteuning (2R844) op donderdag 20 maart 2003, 09.00 – 11.00 uur.

---

(10) 3. Deze vraag gaat over $\lambda 2$.

Vind een bewoner van het volgende type in de context $\Gamma \equiv \mathit{nat} : *$.

$$\Pi\alpha : * \,.\, \Pi\beta : * \,.\, (\mathit{nat} \to \alpha) \to ((\alpha \to (\mathit{nat} \to \beta)) \to (\mathit{nat} \to \beta)) \;.$$

Geef daartoe een afleiding waarmee een bewoner van dit type wordt berekend. Vermeld ook welke afleidingsregels u gebruikt.

Noot: U mag de verkorte vlaggennotatie gebruiken, dus u mag:

(1) de context aangeven met vlaggen,

(2) toepassingen van de *axiom*-regel (ook wel genoemd: *start-rule*) overslaan.

(10) 4. Deze vraag gaat over λC.

Geef een afleiding die als bewijs kan dienen van de algemene geldigheid van de logische uitspraak $(\neg p \Rightarrow p) \Rightarrow p$.

Hiervoor is *klassieke* logica nodig, begin daarom met de declaratie:

$c \;:\; (\Pi\gamma : * \,.\, ((\gamma \to \bot) \to \bot) \to \gamma)$

die het axioma uitdrukt dat voor alle proposities q geldt: $\neg\neg q \to q$.

Noot: (1) U mag *start* en *weakening* waar nodig combineren.

(2) U mag de (s_1, s_2)-rule (ook wel genoemd: form-regel) negeren, dat wil zeggen: u mag aannemen dat elk Π-type dat u tegenkomt al in orde is.

De getallen tussen haakjes vóór elk onderdeel geven aan hoeveel punten u met dat onderdeel kunt behalen. Het eindcijfer wordt bepaald door het totaal der behaalde punten door 4 te delen en af te ronden.