

## (ON-)ZICHTBARE WISKUNDE

*Tom Verhoeff*

*met dank aan Koos Verhoeff*

Technische Universiteit Eindhoven  
Faculteit Wiskunde en Informatica

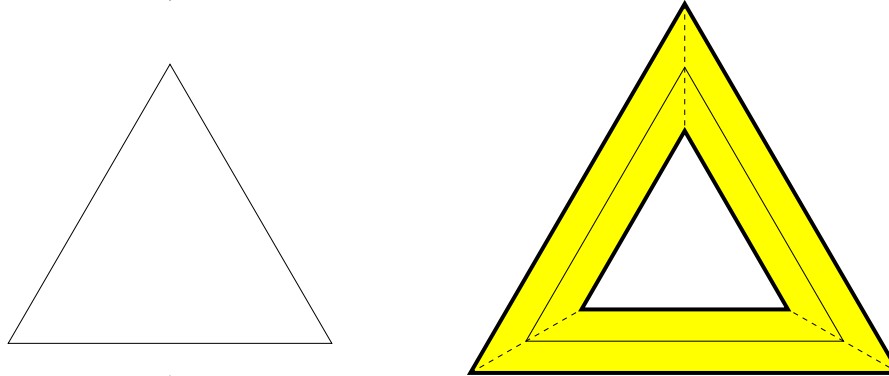
T.Verhoeff@TUE.NL

<http://www.win.tue.nl/~wstomv/>

## Gesloten ruimtelijke kromme

---

Beschouw een gesloten ruimtelijke kromme,  
opgebouwd uit eindig veel **lijnstukken**.



Lijnstukken zijn **oneindig dun**, dus '**verdikken**' om ze beter te zien.

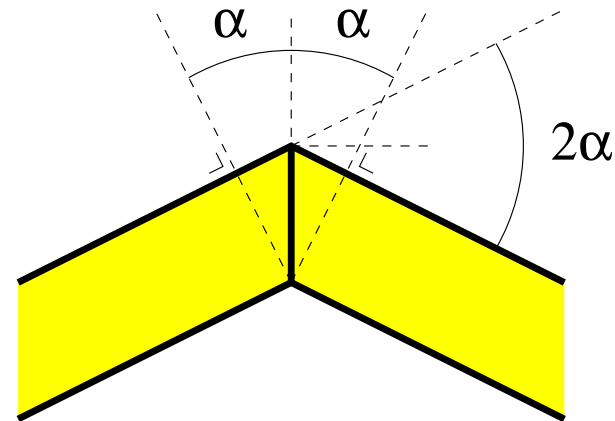
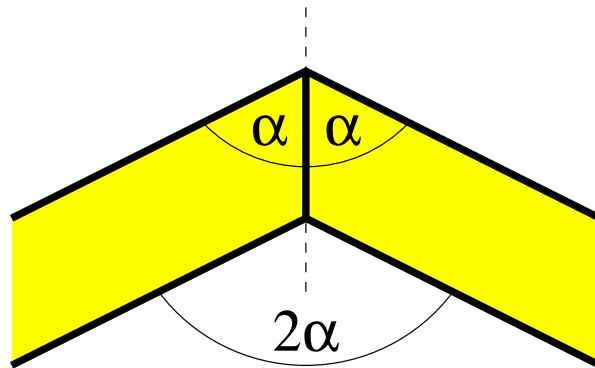
# Verstek

---

**Verstek:** schuin afzagen van cilinder

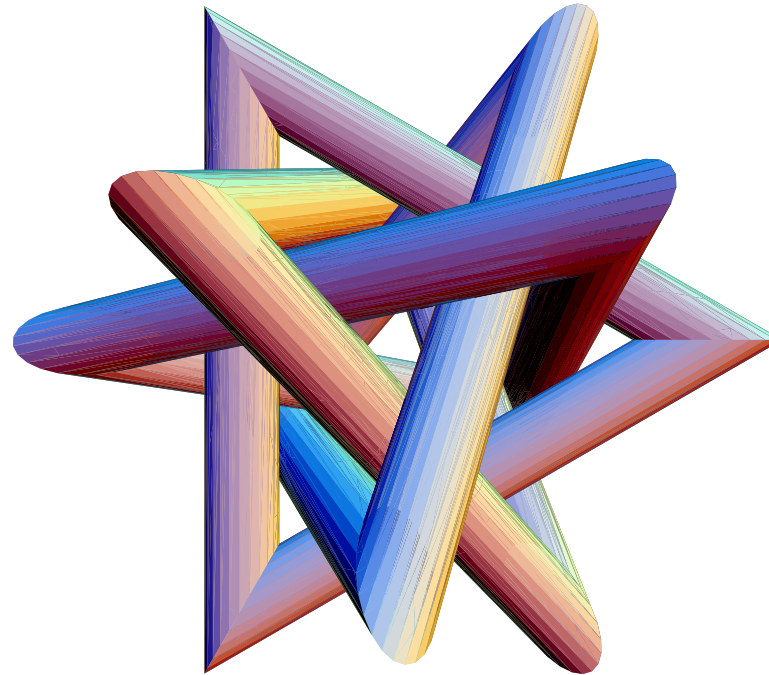
Zaagsnede ligt in **binnen-bissectrice-vlak** van knik

Zaaghoek  $\alpha$  geeft knik van  $2\alpha$



## Rioolmonument: 4 inelkaargrijpende $\equiv$ -zijdige $\Delta$ -en

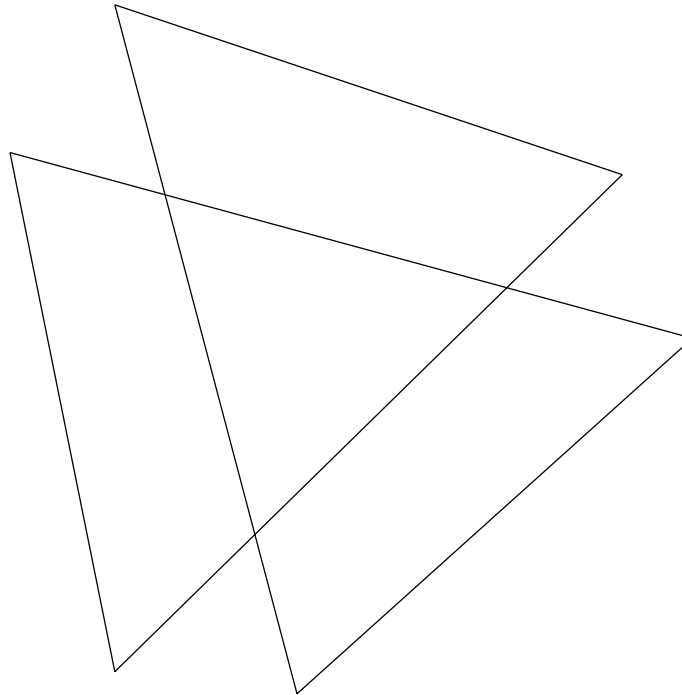
---



**Opgave:** Hoe dik kan het O-profiel maximaal zijn?

## Knoop met 6 lijnstukken

---



**Opgave:** Hoeveel lijnstukken vergt een knoop minimaal?

## Ruimtelijk verstek

---

**Dubbelverstek:** zaag ook uit 't lood **kantelen**

Rotatie van balk om **lengte-as** na eerste verstek

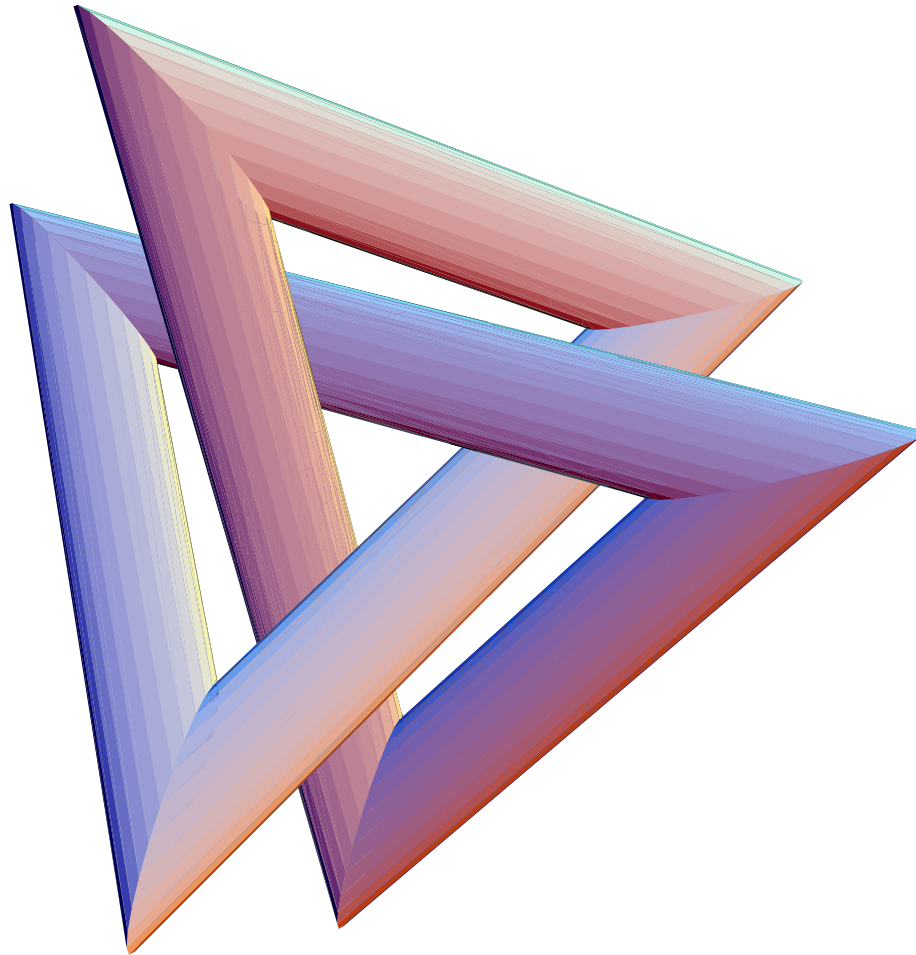
Hoek  $\beta$  tussen vlakken opgespannen door knikken aan uiteinden

Ruimtelijk verstek:  $0 < \beta < 180^\circ$  (drie poten *niet* in 1 vlak)

Dubbelverstek hoeft geen ruimtelijke kromme te geven!

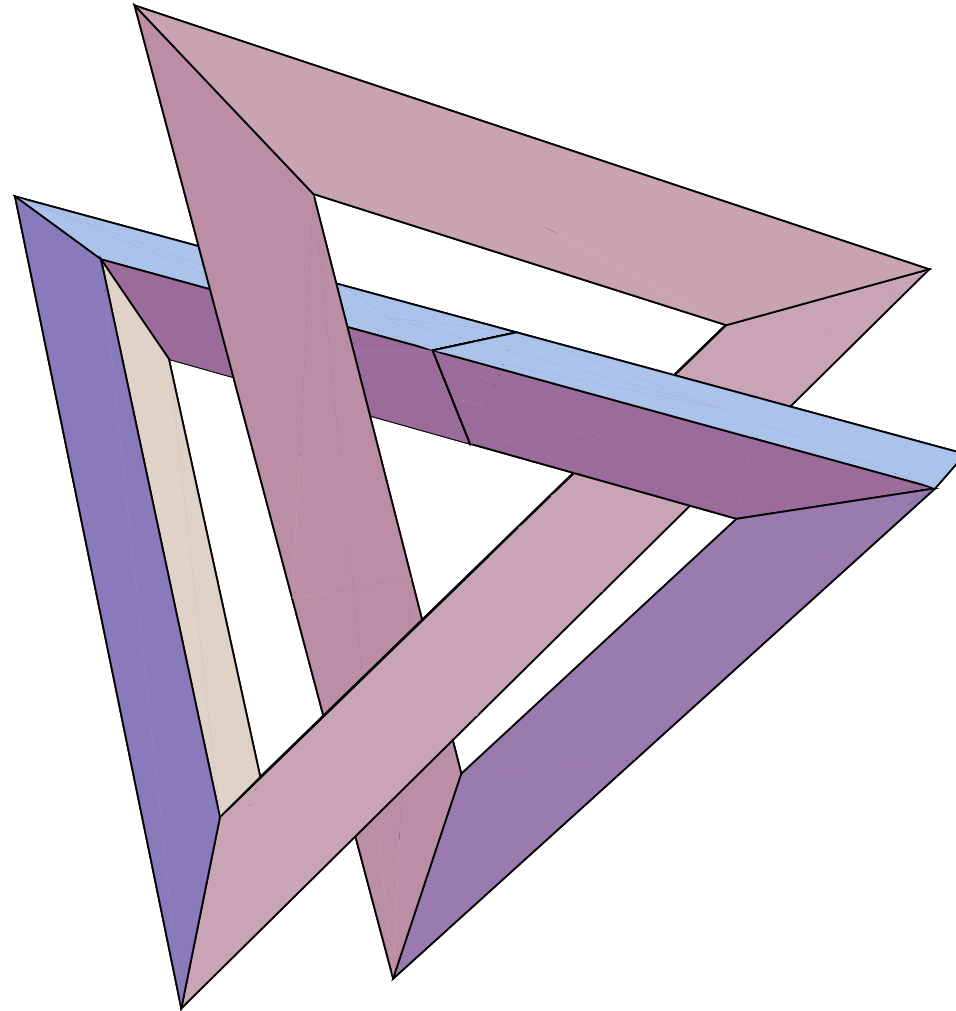
## Knoop met 6 verdikte lijnstukken (O-profiel)

---



## Knoop met 6 verdikte lijnstukken ( $\Delta$ -profiel)

---



## Verrassende verdraaiing

---

Polygoon als profiel geeft **naden**

Praktisch voordeel: rotatie om lengte-as beter te beheersen

Naad laten **dóórlopen** over knikken (mooier, degelijker)

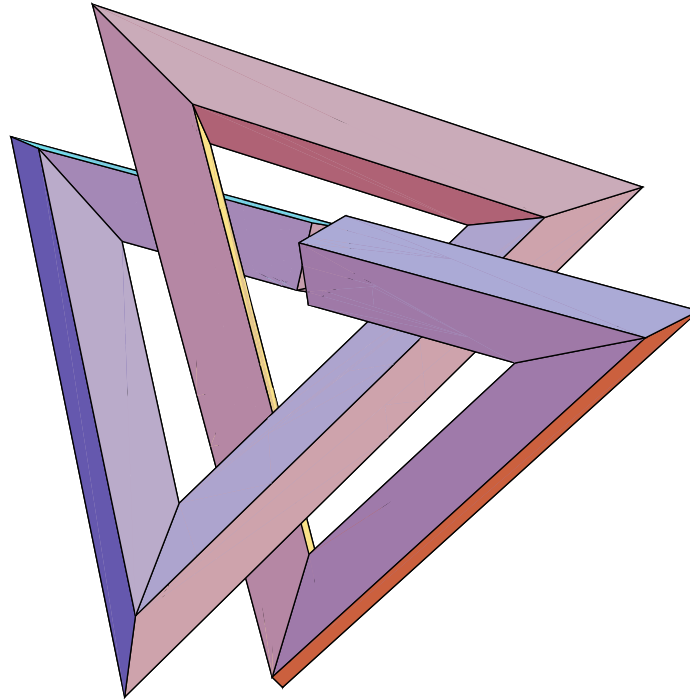
Naad **sluit niet van nature** bij rondgang (*Popke Bakker*)

Mate van **verdraaiing (torsie)** afhankelijk van kromme, maar *niet* van profiel, beginplaats en beginstand

Ruggegraat op O-profiel

## Knoop met 6 verdikte lijnstukken ( $\square$ -profiel)

---



$\square$ -profiel geeft **parallelogram-vormige** zaagsnede (waarom?)

## Inverse problemen

---

Kneed kromme een beetje, zó dat **verstek sluit** bij gegeven profiel.

Met behoud van **schoonheid!**

—

Gegeven **voorgezaagde stukjes**, welke krommen zijn te maken?

Welke krommen zijn **mooi?**

## Vrijheidsgraden: zelfopgelegde beperkingen

---

Veel vrijheidsgraden, inperken: **roosterpaden**

Balk met □-profiel, beide uiteinden  $45^\circ$  verstekt: 4 mogelijkheden

Op 1 manier te koppelen (onder  $90^\circ$ ): levert '**torenpaden**'

**Opgave:** Hoeveel gesloten paden zijn er met  $N$  van deze stukjes?

## Dwarsverstek

---

Balk met **rechthoekig** profiel en  $\square$ -zaagsnede bij verstek onder  $45^\circ$

**Opgave:** Welke aspect-ratio heeft de rechthoek?

2 vormen: trapezium en parallelogram

Op 3 manieren te koppelen ( $90^\circ$  en  $120^\circ$ ): levert '**loperpaden**'

Bij  $120^\circ$ : zaagsnede *niet* in binnen-bissectrice-vlak

**Opgave:** Hoeveel gesloten paden zijn er met  $N$  van deze stukjes?

## Gesloten loperpaden met trapezium stukje

---

# stukjes	# paden	opmerkingen
4	1	□ schilderijlijstje (vlak)
6	2	o.a. regelmatige 6-hoek (vlak)!
8	1	heeft veel symmetrieën
10	0	waarom?
12	16	waarvan 1 zonder symmetrie
14	10	
16	44	
24	62234	geen knopen; max. # rechte hoeken: 14

## Nog meer verstek

---

Lijnstukken verdikken tot **niet-congruente** profielen

**Parallellogramvormig profiel** met rechthoekige zaagsnede

**Ruitvormig profiel** met vierkante zaagsnede

Als  $\geq 3$  lijnstukken bijelkaar komen

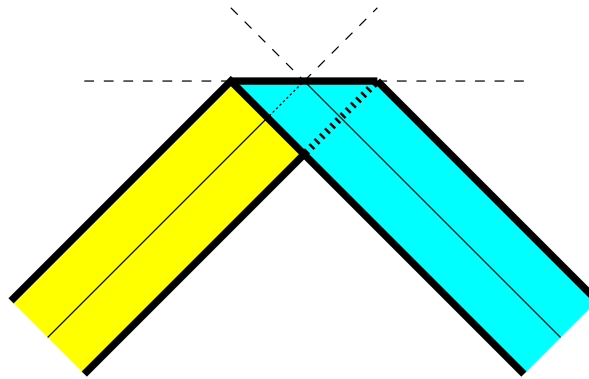
**Vertakkende** (fractale) structuren

Humor: de onmogelijke kubus

## Verdikken tot strip

---

I.p.v. bij knik te verstekken, strip **ombuigen**



Vouw ligt in **buiten-bissectrice-vlak** van knik

Weer speelt **verdraaiing** een rol

**Draairichting alterneert:** bij oneven aantal punten altijd 2 sluitingen

## Torsie bij continue krommen

---

Frenet driepoot (vliegtuigje)

Stofzuigerslang met ruggegraat

## Heel andere problemen

---

**Construeerbaarheid:** zaag instellen, materiaalverlies minimaliseren, stukken aanelkaar maken, volgorde van opbouw

**Neerzetbaarheid:** vlakke onderkant, zwaartepunt

**Dynamische objecten:** kan het echt bewegen zonder wringen?

# Wiskunde en Kunst

---

- Wiskunde als hulpmiddel voor kunstenaar
- Wiskunde als inspiratiebron voor kunst
- Kunst als inspiratiebron voor wiskunde
- Wiskunde als kunst

## Slot

---

Dingen die altijd zomaar lukken zijn geen kunst.

Daarom legt de kunstenaar zichzelf beperkingen op.

Soms zijn die beperkingen in het oog springend . . . en soms niet.

Die beperkingen kennen, helpt bij het waarderen van de kunst.

**(ON-)ZICHTBARE WISKUNDE?**