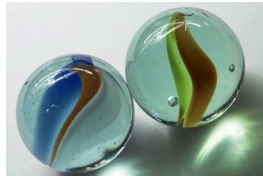


Ondernemen = Kiezen = Spelen

Lezing op het *Nationaal T&U Congres*
9 oktober 2008



Tom Verhoeff

TU/e Technische Universiteit
Eindhoven
University of Technology
Faculteit Wiskunde & Informatica

Eerste spel: Cijfers kiezen

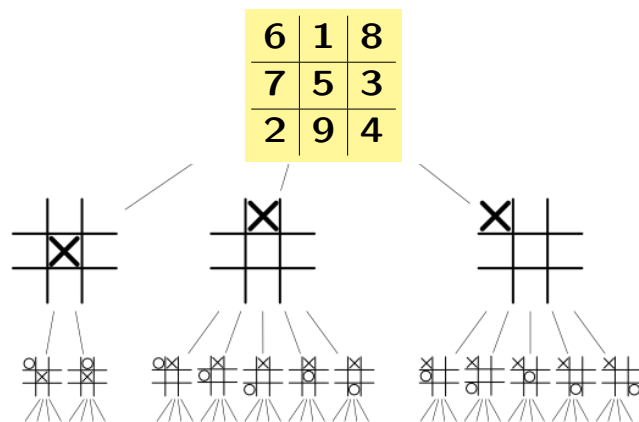
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Twee spelers: Kies om de beurt een cijfer.

Eerder gekozen cijfers zijn niet meer beschikbaar.

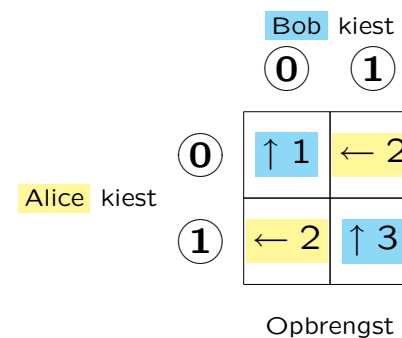
Doel: Als eerste *drie* cijfers gekozen hebben die samen **15** zijn.

Logisch combineren



Analyse kan heel lastig zijn!

Tweede spel: Kop of munt kiezen



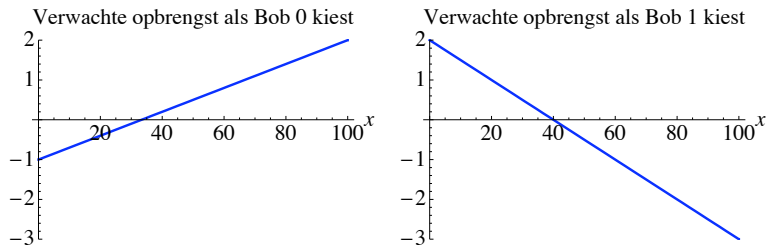
Twee spelers: Elk kiest **0** (kop) of **1** (munt), *geheim* voor ander.

Doel: Opbrengst maximaliseren bij herhaaldelijk spelen.

Strategisch bluffen: De gemengde strategie

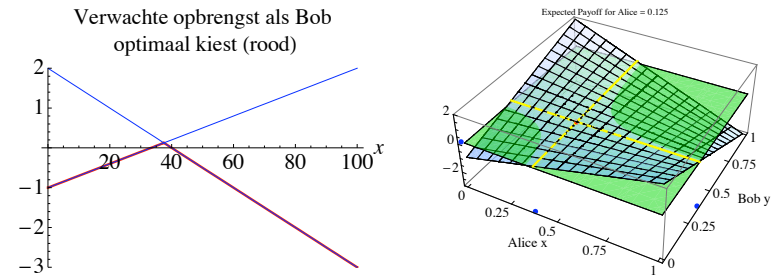
Analyse voor Alice: zij kiest 1 met kans $x\%$.

Alice wil x optimaal vaststellen, niet wetende wat Bob kiest.



Verwachte opbrengst = $+0,5$ voor $x = 50\%$ Verwachte opbrengst = $-0,5$ voor $x = 50\%$

Strategisch bluffen: Het Nash evenwicht



Optimaal voor Alice:
kies 0 met kans $5/8$ en kies 1 met kans $3/8$

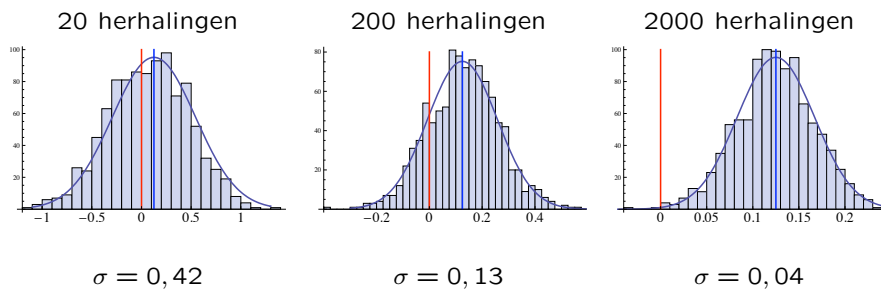
Verwachte opbrengst voor Alice: $+0,125$ ofwel $6\frac{1}{4}\%$ van 2

Dit is bovendien onafhankelijk van wat Bob kiest.

Het effect van spreiding

Verwachte opbrengst $\mu = 0,125$ met spreiding van $\sigma = 1,884$

Driemaal 1000 experimenten



$\sigma = 0,42$

$\sigma = 0,13$

$\sigma = 0,04$

38% kans op verlies

17% kans op verlies

0,1% kans op verlies

Derde spel: Categorieën kiezen

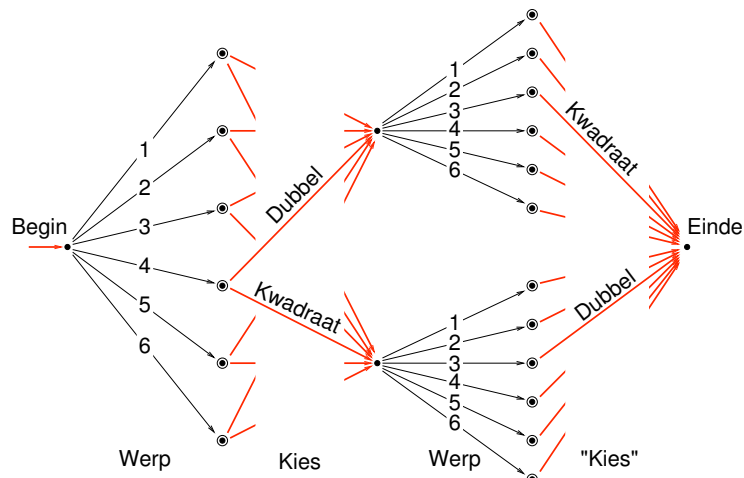


Categorie	Score
Dubbel (ogen + ogen)	...
Kwadraat (ogen \times ogen)	...
Totaal	...

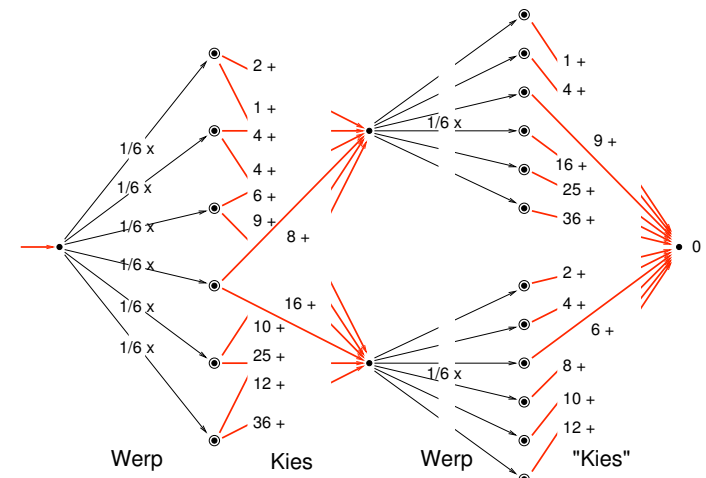
Eén speler: Werp dobbelsteen, kies *vrije* categorie, herhaal.

Doel: Totalscore maximaliseren bij herhaaldelijk spelen.

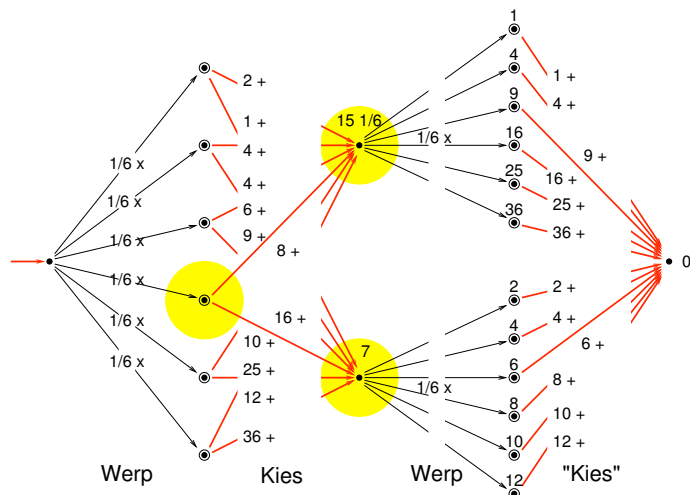
Kansen afwegen: microYahtzee spelgraaf



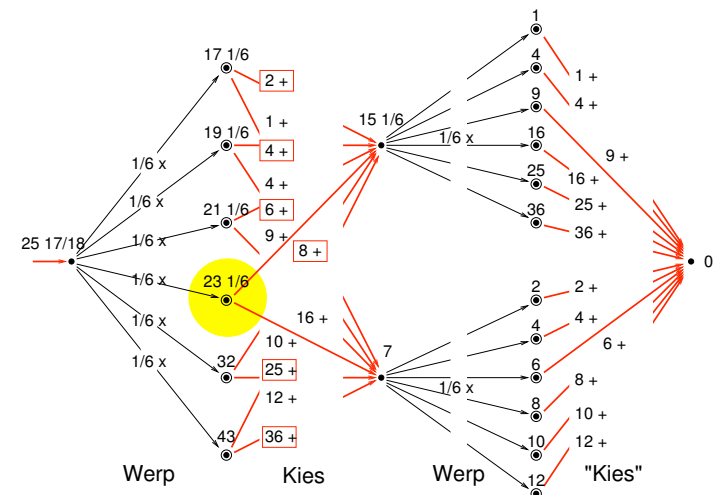
Kansen afwegen: microYahtzee verwachte scores



Kansen afwegen: microYahtzee optimale scores



Kansen afwegen: microYahtzee dilemma opgelost



Kansen afwegen: 'echt' Yahtzee

- Scorekaart met 13 categorieën en 5 dobbelstenen
- 39x kiezen: meer dan één miljard toestanden
- Verwachte totaalscore bij optimaal spel: 254, ... [Verhoeff, 1999]
Maar spreiding is hoog: ±60 (70% in 200–300)
- On-line advies en oefenen:

www.win.tue.nl/~wstomv/misc/yahtzee

UPPER SECTION		HOW TO SCORE	GAME #1	GS #
Aces	☐ = 1	Count and Add Only Aces		
Twos	☐ = 2	Count and Add Only Twos		
Threes	☐ = 3	Count and Add Only Threes		
Fours	☐ = 4	Count and Add Only Fours		
Fives	☐ = 5	Count and Add Only Fives		
Sixes	☐ = 6	Count and Add Only Sixes		
TOTAL SCORE	→			
BONUS	→	If total score is 63 or over	SCORE 35	
TOTAL	→	Of Upper Section		
LOWER SECTION				
3 of a kind		Add Total Of All Dice		
4 of a kind		Add Total Of All Dice		
Full House		SCORE 25		
Sm. Straight	Sequence of 4	SCORE 30		
Lg. Straight	Sequence of 5	SCORE 40		
YAHTZEE	5 of a kind	SCORE 50		
Chance		Score Total Of All 5 Dice		
YAHTZEE BONUS		FOR EACH BONUS SCORE 100 PER #		
TOTAL	→	Of Lower Section		
TOTAL	→	Of Upper Section		
GRAND TOTAL	→			

©1982, 1990, 1996 Milton Bradley Company. All Rights Reserved

Drie soorten situaties om in te kiezen

Logisch combineren (volledige informatie)



Strategisch bluffen (geheimen)

Kansen afwegen (onzekerheid)

Wijze lessen

1. 'Speelse' wiskundige technieken kunnen helpen bij het maken van goede keuzes in diverse situaties.
2. Bij herhaalde strategische keuze kan het optimaal zijn om een (goed afgewogen) munt te tossen (de zogenaamde gemengde Nash strategie voorkomt voorspelbaarheid en uitbuiten).
3. Bij herhaalde geluksbeproeving kan het optimaal zijn een (goed afgewogen) vaste keuze te maken (de zogenaamde Markov beslissingsprocessen).
4. Bij grote spreiding is een lange adem vereist voor meer zekerheid (vanwege de factor $1/\sqrt{N}$).



Beslis speels, raadpleeg eens een wiskundige!

