

Een indeling van Automathteksten
in paragrafen en het herhaald gebruik van namen.

Om de mogelijkheid te scheppen meerdere malen een constante met dezelfde naam (= identifier) te definiëren is een paragraafstructuur ingevoerd

Het begrip paragraaf

paragrafen en/of

Een paragraaf is een (eventueel lege) rij Automath-regels, voorafgegaan door een paragraafopening en gevolgd door een paragraafsluiting.

Definities:

- $\langle \text{paragraafopening} \rangle ::= + \langle \text{paragraafnaam} \rangle .$
- $\langle \text{paragraafsluiting} \rangle ::= - \langle \text{paragraafnaam} \rangle .$
- $\langle \text{paragraafnaam} \rangle ::= \langle \text{identifier} \rangle \mid \langle \text{unsigned integer} \rangle$

Bij een paragraaf dient de paragraafnaam in de paragraafopening dezelfde te zijn als in de paragraafsluiting.

Voorbeeld: (---) stelt een Automathregel voor)

+ logica.

~~~~~

~~~~~

~~~~~

~~~~~

- logica.

We zullen in het vervolg ook een geheel automathboek opratten als een paragraaf; we kunnen er zodoende ook een naam aan geven.

~~Een paragraaf het leeg als er tussen de paragraaf-opening en -sluiting geen automath-regels staan, ^{daar de} ingebid in andere paragraaf openingen en sluitingen~~

Het schrijven van paragrafen

- Een paragraaf mag geschreven worden:
- onmiddellijk na een paragraaf opening,
 - onmiddellijk na een Automath regel,
 - onmiddellijk na een paragraaf sluiting.

Voorbeelden:

A) + logica.
~~~~~  
~~~~~  
+ settheorie.
+ disjunctie.
~~~~~  
~~~~~  
- disjunctie.
~~~~~  
+ conjunctie.  
~~~~~  
- conjunctie.
- settheorie.
~~~~~  
- logica

B) + groepentheorie.  
+ abelse groepen.  
~~~~~  
~~~~~  
- abelse groepen.  
+ ondergroepen.  
~~~~~  
~~~~~  
- ondergroepen  
- groepentheorie

## Het begrip heersende paragraaf

Bij het schrijven of volgen van een Automath tekst die in paragrafen is ingedeeld, treedt het dynamische begrip "heersende paragraaf" op.

Definitie:

De heersende paragraaf is de laatste geopende en nog niet gesloten paragraaf.

~~Gevolg~~: slechts de heersende paragraaf ~~kan~~ mag gesloten worden.

Bij het schrijven (of lezen) van een automathregel is er dus altijd sprake van ~~de~~ <sup>de</sup> ~~heer~~ <sup>heer</sup> ~~ende~~ <sup>ende</sup> paragraaf; we zeggen dat de betreffende regel ~~tot~~ <sup>tot</sup> deze paragraaf behoort, en dat deze paragraaf o.a. de betreffende regel bevat.

~~Lege paragraaf~~  
~~Een paragraaf heet leeg als deze geen automathregels bevat.~~  
 Voorbeeld: paragraaf "groeptheorie" uit voorbeeld B)

### Paragraafrelaties

Stel A en B zijn twee paragrafen.

We noemen B een dochterparagraaf (of subparagraaf, of dochter) van A als de paragraafopening van B:

- onmiddellijk na de paragraafopening van A volgt, of
- onmiddellijk na een automathregel behorende tot A volgt, of
- onmiddellijk na de paragraafsluiting van een dochter van A volgt.

We noemen A de moederparagraaf van B (of moeder) als B een dochter van A is.

We noemen A een zusterparagraaf van B (of zuster) als de moeder van A gelijk dezelfde paragraaf is als de moeder van B.

A heet voorouder van B als

- § - A de moederparagraaf van B is, of
- A een dochter heeft die voorouder van B is...

B heet nazaat van A als A voorouder van B is.

## Voorbeeld

|                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>C)</p> <p>+ P.</p> <p>+ Q.</p> <p>- Q.</p> <p>+ R.</p> <p>+ S.</p> <p>+ T.</p> <p>- T.</p> <p>- S.</p> <p>- R.</p> <p>- P.</p> | <p>dochter van P zijn Q en R</p> <p>.. " Q zijn er geen</p> <p>dochter van R <del>zijn</del> S</p> <p>moeder van S is R</p> <p>moeder van R is P</p> <p>zuster van Q is R</p> <p>zuster van R is Q</p> <p>nazaten van P zijn Q, R, S en T</p> <p>voorouders van T zijn P, R en S.</p> <p>N.B. Q is geen voorouder van T.</p> |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

## Namen van paragrafen

De naamgeving van een paragraaf geschiedt, zoals uit de voorbeelden reeds blijkt, door middel van de paragraafnaam in de paragraaf-opening en -sluiting.

De enige beperking in de vrijheid van de naamgeving luidt:

als A en B zusterparagrafen zijn, dan moeten hun paragraafnamen verschillen.

## Paragraafverwijzingen

Stel we zijn in de automath telet op een bepaald punt aangeland, waarbij de heersende paragraaf A is, en we willen dan gebruik maken van een constante die gedefinieerd is in de paragraaf B.

Dan kunnen we (en soms moeten we) een paragraafverwijzing gebruiken.

Met deze verwijzing geven we vanuit A de bedoelde paragraaf B aan, en wel als volgt:

- i) We zoeken een paragraaf  $V$  waarvoor geldt:
- a)  $\nexists V$  is voorouder van  $A$  en  $B$
  - b)  $\nexists V = A$  is voorouder van  $B$
  - c)  $\nexists V = B$  is voorouder van  $A$
  - d)  $\nexists V = A = B$

(de vier gevallen zijn disjunct, er treedt altijd minstens één op)

- ii) We nemen nu de rij paragraafnamen:

$$V - D_1 - \dots - D_n \quad (n \geq 1)$$

waarvoor geldt:

$D_1$  is dochter van  $V$

$D_i$  is dochter van  $D_{i-1}$   $(i = 2, \dots, n)$

$D_n = B$

(in de gevallen i c) en i d) nemen we slechts de paragraafnaam  $V$ )

- iii) We schrijven deze paragraafrij tussen  $\langle$  en  $\rangle$ , direct achter de naam van de constante.

Voorbeeld

Beschouw voorbeeld A.

Stel we willen in de paragraaf conjunctie gebruik maken van stelling 3 uit de paragraaf disjunctie.

De heersende paragraaf is dan conjunctie, en een mogelijke aanroep is:

stelling 3  $\langle$  logica - settheorie - disjunctie  $\rangle$

Ook mogelijk is:

stelling 3  $\langle$  settheorie - disjunctie  $\rangle$

De schrijfwijze is dus niet altijd eenduidig bepaald, de bedoelde stelling daarentegen wel altijd!

Regels m.b.t verwijzing naar constanten.

Stel de heersende paragraaf is A en de paragraaf waarin de constante c is gedefinieerd, is B.

A priori moet uiteraard gelden dat de regel waarin c gedefinieerd wordt, voorafgaat aan de regel waarin de verwijzing gebruikt wordt.

Regel 1 : Een verwijzing mag altijd geschreven worden.

Regel 2 : Een verwijzing moet geschreven worden als

i)  $A \neq B$ , en

ii) B is geen vooronder van A

Regel 3 . De verwijzing :

$$c \langle A - D_1 - D_2 - \dots - D_n - B \rangle$$

mag ook geschreven worden als :

$$c \langle -D_1 - D_2 - \dots - D_n - B \rangle .$$

(D.w.z: als de heersende paragraaf tevens gemeenschappelijke vooronder is, dan mag <sup>haar</sup> ~~de~~ naam weggelaten worden)

Deze regel is vooral van toepassing indien we constanten uit een zojuist gesloten subparagraaf B, dochter van A, willen aanroepen.

We schrijven dan :

$$c \langle -B \rangle$$

in plaats van :

$$c \langle A - B \rangle .$$

Een lege verwijzing ( $c \langle \rangle$ ) is niet toegestaan

Regels m.b.t. verwijzing naar variabelen.

Verwijzing naar variabelen komt alleen voor als deze variabele als indicator optreedt.

Als men als indicator een variabele gebruikt die noch in de huidige paragraaf, noch in een der voorouders gedefinieerd is, kan men direct achter de indicator een paragraafverwijzing schrijven, volgens dezelfde regels als die voor constanten.

Veelal kan men echter een paragraafverwijzing voorkomen door de betreffende variabele in een geschikte voorouder paragraaf te definiëren.

Na een variabele die in een expressie wordt gebruikt, wordt nooit een paragraafverwijzing geschreven; ~~voor~~ een variabele wordt altijd verondersteld in de indicatorstring voor te komen.

Opm : Het is niet toegestaan blokopeners te definiëren, waarvan de naam reeds in ~~de~~ indicatorstring voorkomt.

Naamgeving van constanten en variabelen  
binnen een paragraaf.

De paragraafstructuur is ingevoerd om meerdere malen dezelfde naam voor verschillende constanten te kunnen gebruiken.

Voorbeeld:

+ sub 1.  
 lemma 1 := m  
 lemma 2 := m  
 - sub 1.  
 stelling A := m (lemma 2 <-sub 1>) ~  
 + sub 2.  
 lemma 1 := m  
 lemma 2 := m  
 - sub 2.  
 stelling B := m (lemma 1 <-sub 2>, lemma 2 <-sub 2>).

Het is nu niet meer toegestaan, dat in de verzameling automathregels, die tot één paragraaf behoren, twee constanten of een constante en een variabele voorkomen met dezelfde naam. Gezien het vaak zeer tijdelijke karakter van variabelen mogen deze wel meerdere malen binnen één paragraaf (her-) gedefinieerd worden.

Het gevolg is dan wel, dat de "oude" variabele niet meer (rechtstreeks) aanroepbaar is, d.w.z. het gebruik van die variabele als indicator is niet meer mogelijk. (ook niet met een paragraaf verwijzing)

Het gebruik van die oude variabele in een expressie is geen echte aanroep, daar variabelen altijd in de indicatorstring dienen voor te komen. (en daar ook in opgezocht worden).



## Vervolgparagrafen.

Een vervolgparagraaf dient om een reeds gesloten paragraaf te heropenen en alle daarin voorkomende variabelen en constanten opnieuw rechtstreeks (dus zonder paragraafverwijzing) toegankelijk te maken.

Een vervolgparagraaf onderscheidt zich in schrijfwijze van een gewone paragraaf door:  
< vervolgparagraafopening > ::= + x < paragraafnaam >.

Een vervolgparagraaf moet voldoen aan de volgende regels:

- 1) : De namen van de te vervolgen paragraaf en de vervolgparagraaf zijn identiek.
- 2) : De vervolgparagraaf mag dan en slechts dan geopend worden als de heersende paragraaf moeder is van de te heropenen paragraaf.

Een ~~vervolg~~ paragraaf vormt met al haar vervolgparagrafen één geheel; zij gedraagt zich dus als één enkele paragraaf t.o.v. de regels over naamgeving, verwijzing enz.

Voorbeeld:

- + logica
- + settheorie
- settheorie
- + x settheorie
- settheorie
- logica
- + x logica
- + x settheorie
- settheorie
- logica

# Het begrip automatische referentie

In de gevallen dat een paragraaf verwijzing achter de naam van een constante niet verplicht is, kunnen toch twijfels over de interpretatie bestaan.  
Bijv, in de volgende constructie:

+ logica.

(1)

~~~~~  
stelling 3 := ~~~~~

(2)

+ settheorie.

(3)

~~~~~  
+ disjunctie

(4)

stelling 3 := ~~~~~

(5)

~~~~~ (stelling 3) ~~~~~

(6)

~~~~~

- disjunctie.

- settheorie.

- logica.

(Hierin betekent:

stelling 3 := ~~~~~

~~~~~ (stelling 3) ~~~~~

een definitie van stelling 3

: een aanroep van stelling 3)

Opm: de definitie van stelling 3 in disjunctie is toegestaan, omdat de betreffende ~~naam~~ regel niet tot de paragraaf logica behoort.

Beschouw nu regel (5).

Het gebruik van de stelling 3 uit zowel de logica als de disjunctie heeft hier volgens regel 2 van de verwijzingsregels geen paragraafverwijzing.

De vraag is dan uiteraard: hoe interpreteren we ~~~~~ (stelling 3) ~~~~~ ?

Daarvoor definiëren we het begrip automatische referentie.

Definitie:

De automatische referentie van een naam, n toegepast op paragraaf P is:

- als n in A gedefinieerd is in een regel voorafgaand aan de regel van waaruit de referentie plaatsvindt: de constante uit A , behorende bij de naam n .
- zo niet, dan de automatische referentie van de naam n , toegepast op de moederparagraaf van A .

Opm: automatische referentie naar een naam die niet volgens deze definitie te vinden is, ~~is~~, is dus ongedefinieerd.

Het aanroepen van een constante, zonder paragraafverwijzing, wordt nu geïnterpreteerd als de automatische referentie van die naam, toegepast op de heersende paragraaf.

Voorbeeld:

referentie aan regel:

+A.

(1) $p := \underline{\quad}$

+B.

+C.

(2) $\underline{\quad} (p) \underline{\quad}$

(3) $\underline{\quad} (p < B >) \underline{\quad}$

(4) $p := \underline{\quad}$

(5) $\underline{\quad} (p) \underline{\quad}$

-C.

(6) $p := \underline{\quad}$

+X C.

(7) $\underline{\quad} (p) \underline{\quad}$

(8) $\underline{\quad} (p < C >) \underline{\quad}$

(9) $\underline{\quad} (p < B >) \underline{\quad}$

+D.

(10) $\underline{\quad} (p) \underline{\quad}$

-D.

-C.

-B.

-A.

(1) illegaal

(4)

(4)

(4)

(6)

~~(4)~~

(4)

We zien dat de paragraaf verwijzing $\langle B \rangle$ in regel 9 zelfs noodzakelijk is, om de betreffende constante te kunnen aanroepen.

De regel 2 van de verwijzingsregels moet dus veranderd (uitgebreid) worden in:

regel 2 Een verwijzing moet worden geschreven als de ~~naam~~ automatische referentie van de naam c , toegepast op paragraaf A niet de bedoelde constante oplevert.
(We zeggen dan: c is niet automatisch refereerbaar)

Automatische referentie van variabelen.

Voor een variabele die gebruikt wordt in een expressie komt het begrip automatische referentie niet aan de orde; een variabele wordt altijd opgeroepen in de indicatorstring.

Voor een variabele die als indicator optreedt, gelden precies dezelfde regels als die voor een constante in een expressie.

Zonder een paragraafverwijzing wordt de indicator dus ~~afgeleid~~ ^{aangemerkt} volgens de automatische referentie.