Opgave 1

a) Geef de definitie van een niet-deterministische Turing-machine. (5 ptn.)

b) Het *Halting Problem* vraagt of een Turing-machine M termineert op invoer x. Bewijs dat er geen beslissingsalgoritme voor het Halting Problem bestaat. (20 ptn.)

Opgave 2

a) Geef de definitie van een NP-volledig beslissingsprobleem. (5 ptn.)

b) Bewijs dat het beslissingsprobleem VERTEX-COVER

$$\{ \langle G, n \rangle \mid \text{graaf } G \text{ heeft een vertex cover van omvang } n \}$$

NP-volledig is d.m.v. een reductie van 3SAT naar VERTEX-COVER. (20 ptn.)

Opgave 3 Het beslissingsprobleem HAMPATH gegeven door

$$\{ \langle G, s, t \rangle \mid G \text{ gerichte graaf met Hamilton pad van } s \text{ naar } t \}$$

is NP-volledig.

a) Bewijs dat de versie UHAMPATH van HAMPATH voor ongerichte grafen ook NP-volledig is. (15 ptn.)

b) Bewijs dat het beslissingprobleem UHAMCYCLE, dat vraagt of een ongerichte graaf een Hamilton-cycle heeft, ook NP-volledig is. (10 ptn.)

Opgave 4 Het optimalisatieprobleem BIN-PACKING vraagt naar het minimaal aantal *bins* van inhoud B die een gegeven multi-set $S = \{ s_1, \ldots, s_n \}$ over $\mathbb{N}$ kunnen bevatten (d.w.z., k minimaal zo dat $\exists f \colon S \to \{ 1, \ldots, k \}$ met $\sum_{s \in f^{-1}(\{i\})} s \leq B$ voor $1 \leq i \leq k$ waarbij $f^{-1}(\{i\}) = f^{\leftarrow}(\{i\}) = \{ s \mid f(s) = i \}$).

a) Geef het *decreasing_first_fit*-algoritme waarbij alle gebruikte bins tot het einde openblijven. Detaillering van een sorteringsalgoritme is niet nodig. (10 ptn.)

b) Bewijs dat decreasing_first_fit een factor 3/2-approximatiealgoritme voor BIN-PACKING is. (15 ptn.)

Het eindcijfer is het aantal behaalde punten delen door 10.