Antwoorden lineaire algebra, 2DS06, opgaven week 3

4.1:9a. $\overrightarrow{PQ} = (3,5) - (-1,2) = (4,3)$ (of ook $\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$).

9b. $\overrightarrow{PQ} = (3,4,5) - (1,1,-2) = (2,3,7)$.

17. Dus: Los op $\begin{bmatrix} -3 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 4 \\ -2 & 3 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{c} = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}$. Vegen we met de tweede rij de eerste kolom schoon, dan zien we dat het stelsel strijdig is.

5.1:8. $\|\mathbf{u}\| = 9/c^2 = 1$ dus $c = \pm 3$.

11. b) Met de x-as: $1/\sqrt{21}$ met de y-as: $4/\sqrt{21}$, met de z-as: $2/\sqrt{21}$.

18. Orthogonal: $\mathbf{v}_1 \perp \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4, \mathbf{v}_6$; $\mathbf{v}_2 \perp \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_5$; $\mathbf{v}_3 \perp \mathbf{v}_5$; $\mathbf{v}_4 \perp \mathbf{v}_5$ en $\mathbf{v}_5 \perp \mathbf{v}_6$; b) Zelfde richting: $\mathbf{v}_1$ en $\mathbf{v}_5$, tegengestelde richting: $\mathbf{v}_3$ en $\mathbf{v}_6$.

26. $[a,b,c] = t[1,0,-1]$.

1.6:13. $\mathbf{w}$ zit niet in het bereik.

16. a) De afbeelding verwisselt de x en de y-coordinaat, meetkundig is dit een spiegeling in de lijn $y = x$; b) dit is ook een spiegeling, nu in de lijn $y = -x$.

18. a) $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ en $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$.

19. a) T_1 roteert de vector over een hoek van 60°; b) T_2 roteert om 30° maar nu de andere kant op, dus met de klok mee; c) Om 'volledig rond' te draaien moet $k = 12$ genomen worden.

3.3:15. a) We vinden de oppervlak door een determinant uit te rekenen: opp= $\frac{1}{2}\left|\det\begin{bmatrix} -3 & -3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}\right| = 9/2$; b) $A\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ -4 \end{bmatrix}$; $A\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$; $A\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -11 \end{bmatrix}$; c) 63/2.

19. Dit komt er eigenlijk op neer dat $\det(AB) = \det(A)\det(B)$, met B de matrix $\begin{bmatrix} x_2 - x_1 & x_3 - x_1 \\ y_2 - y_1 & y_3 - y_1 \end{bmatrix}$.

4.2:8. Er moet gelden dat $(1+1)\odot(x, y) = (1\odot(x, y))\oplus(1\odot(x, y) = (2x, 2y)$, maar $2 \odot (x, y) = (2x, y)$, dus dat klopt niet.

12. Deze 'vectorruimte' is het eenvoudigst te begrijpen als we schrijven $\mathbf{u} = e^x$ en $\mathbf{v} = e^y$, dan wordt $\mathbf{u} \oplus \mathbf{v} = e^{x+y}$ en $c \odot \mathbf{u} = e^{cx}$. De nulvector is het getal $1 = e^0$.

4.3:8. Ga na of i: $\mathbf{0}$ erin; ii: optellen kan; iii: met scalar vermenigvuldigen kan; (a) deelruimte; (b) heel erg niet, $\mathbf{0}$ zit er niet in, je kunt niet optellen, je kunt niet met een scalar $\neq 1$ vermenigvuldigen; (c) niet, $\mathbf{0}$ zit er niet in, je kunt niet met een scalar < 0 vermenigvuldigen.

15 (a) deelr; (b) geen deelr; (c) deelr.

33 (a) niet; (b) wel; (c) wel; (d) niet. Het eenvoudigst is het na te gaan door op te merken dat de vectoren het vlak met vergelijking $x - 2y = 0$ opspannen.

4.4:3 (a) wel; (b) niet; (c) wel; (d) niet.

8 (a) spant op; (b) spant op; (c) spant op; (d) spant niet op.

12 De nulruimte wordt opgespannen door de vectoren $(1, 0, 0, 1)^\top$ en $(0, 2, -1, 0)^\top$.