

TECHNISCHE UNIVERSITEIT EINDHOVEN  
Faculteit Wiskunde en Informatica

Tussentoets Lineaire Algebra voor ST (2DS06) op 24-2-2011, 14.30-15.30 uur.

Tijdens deze toets mag geen ander materiaal gebruikt worden dan kladpapier, schrijfgerei, en eventueel een eenvoudige rekenmachine. Dus geen boeken, dictaten, aantekeningen, grafische rekenmachines of laptops.

Bij elk antwoord is een uitwerking of uitleg vereist.

Deze toets bevat drie opgaven met in totaal tien onderdelen. Voor elk onderdeel kan maximaal 1 punt worden behaald. Het cijfer voor de toets is gelijk aan het totaal aantal behaalde punten. Succes!

**Opgave 1**

Gegeven is het volgende stelsel lineaire vergelijkingen waarin de parameter  $a$  een willekeurig reëel getal voorstelt.

$$\begin{array}{rclcl} x & + & 2y & - & 3z & = & 4 \\ 3x & - & y & + & 5z & = & 5 \\ 4x & + & y & + & (a^2 - 2)z & = & a + 7 \end{array}$$

- (a) Bepaal een parametervoorstelling van de algemene oplossing van het stelsel als  $a = 2$ . Controleer je antwoord.
- (b) Voor welke waarden van  $a$  heeft het stelsel precies één oplossing? Voor welke waarden van  $a$  is er geen oplossing? Voor welke waarden van  $a$  zijn er oneindig veel oplossingen?

**Opgave 2**

De volgende matrix  $A$  is gegeven.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

- (a) Bepaal de determinant van  $A$ .
- (b) Gegeven is dat de  $4 \times 4$  matrix  $B$  determinant 5 heeft. Bepaal de determinant van de matrix

$$2B(A^T A^{-1})$$

- (c) Bepaal de inverse van  $A$ . Controleer je antwoord.
- (d) Bepaal alle oplossingen van het stelsel  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$  met

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

z.o.z.

### Opgave 3

Gegeven zijn de vectoren  $\mathbf{u}_1$ ,  $\mathbf{u}_2$ ,  $\mathbf{u}_3$  en  $\mathbf{b}$  in  $\mathbb{R}^3$ .

$$\mathbf{u}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \\ 2 \end{bmatrix}, \mathbf{u}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{u}_3 = \begin{bmatrix} -4 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix},$$

- (a) Is  $\mathbf{b}$  een lineaire combinatie van  $\mathbf{u}_1$ ,  $\mathbf{u}_2$  en  $\mathbf{u}_3$ ? Leg uit.
- (b) Zijn  $\mathbf{u}_1$ ,  $\mathbf{u}_2$  en  $\mathbf{u}_3$  lineair onafhankelijk? Leg uit.
- (c) Spannen  $\mathbf{u}_1$ ,  $\mathbf{u}_2$ ,  $\mathbf{u}_3$  en  $\mathbf{b}$  de  $\mathbb{R}^3$  op? Leg uit.
- (d) Bepaal een vector in  $\mathbb{R}^3$  die loodrecht staat op  $\mathbf{u}_2$  en lengte 1 heeft.