

TECHNISCHE UNIVERSITEIT EINDHOVEN
Faculteit Wiskunde en Informatica

Uitwerking Toets Stochastische OR (2DD18/DD21), 31 oktober 2007.

1. a) $p_{2,0} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{24}$.
(geen aankomst + beide machines bewerking afronden)
 $p_{2,1^-} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{8}$.
(geen aankomst, snelle machine: afronden, langzame machine: voortzetten)
 $p_{2,1^+} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$.
(aankomst + beide machines bewerking afronden)
(geen aankomst, snelle machine: voortzetten, langzame machine: afronden)
 $p_{2,2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{11}{24}$.
(aankomst, snelle machine: afronden, langzame machine: voortzetten)
(aankomst, snelle machine: voortzetten, langzame machine: afronden)
(geen aankomst + beide machines bewerking voortzetten)
 $p_{2,3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$.
(aankomst + beide machines bewerking voortzetten)
- b) Lees occupatietijden af in eerste rij van $M(59)$: (8.36, 3.03, 13.52, 15.59, 10.82, 8.68).
Het gevraagde antwoord is nu
$$\frac{1}{4} \cdot (3.03 + 15.59 + 10.82 + 8.68) + \frac{1}{3} \cdot (13.52 + 15.59 + 10.82 + 8.68) = 25.73$$
- c) De kostenvector is $c = (0, 40, 50, 90, 90, 90)$. Met behulp van MAXIM vinden we dan: totale verwachte kosten in het eerste uur zijn 3955,31 euro (let op: $n = 59$).
- d) Gevraagd: $m_2(A)$ met $A = \{0, 1^-, 1^+\}$. Antwoord (met MAXIM): 7.48
- e) De limietverdeling volgt met MAXIM: $\pi = \pi^* = \hat{\pi} = (0.102, 0.053, 0.199, 0.267, 0.204, 0.175)$.
Job gaat verloren als er 4 andere jobs in het systeem zijn en geen van de machines zijn bewerking afrondt. Het deel van de jobs dat verloren gaat is dus $\pi_4 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = 0.0875$.
- f) Doorzet snelle machine = $(\pi_{1^+} + \pi_2 + \pi_3 + \pi_4) \cdot \frac{1}{3} \cdot 60 = 16.89$ produkten per uur.
Doorzet langzame machine = $(\pi_{1^-} + \pi_2 + \pi_3 + \pi_4) \cdot \frac{1}{4} \cdot 60 = 10.49$ produkten per uur.
2. a) Gevraagd: $m_1(A)$ met $A = \{4\}$. Antwoord: $25/9 = 2.78$.
- b) Laat q_i de kans zijn om ooit toestand 3 te bereiken bij start in toestand i . Dan geldt

$$q_1 = 0.4q_1 + 0.2q_2, \quad q_2 = 0.1 + 0.6q_2.$$

Er volgt $q_2 = \frac{1}{4}$ en $q_1 = \frac{1}{12}$. Het gevraagde antwoord is dus $\frac{1}{12}$.

- c) Bereken oplossing van $s = r + s \cdot Q$ waarbij $s = (120, 60, 30)$. De oplossing is $r = (72, 0, 3)$.

- d) In deze nieuwe situatie is de overgangsmatrix

$$P = \begin{pmatrix} 0.8 & 0.2 & 0 \\ 0.3 & 0.6 & 0.1 \\ 0.3 & 0 & 0.7 \end{pmatrix}$$

en de limietverdeling $\pi = (0.6, 0.3, 0.1)$. Het antwoord is dus $210 \cdot \pi = (126, 63, 21)$.