

# TECHNISCHE UNIVERSITEIT EINDHOVEN

Faculteit Wiskunde en Informatica

Antwoorden toets Stochastische OR, 30 november 2009.

---

1. a)  $p_{(1,+),(0,-)} = \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{4}{40}$ .  
 $p_{(1,+),(0,+)} = \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{12}{40}$ .  
 $p_{(1,+),(1,-)} = \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{40}$ .  
 $p_{(1,+),(1,+)} = \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{15}{40}$ .  
 $p_{(1,+),(2,-)} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{40}$ .  
 $p_{(1,+),(2,+)} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{40}$ .
- b) Occupatietijden worden gegeven in tweede rij van  $M(23)$  : (1.53, 5.35, 2.42, 6.63, 1.40, 3.59, 0.89, 2.18).  
Het antwoord is  
$$\frac{1}{4} \cdot (5.35 + 6.63 + 3.59 + 2.18) = 4.44$$
- c) De limietverdeling wordt gegeven door  $\pi = (0.054, 0.153, 0.094, 0.259, 0.070, 0.183, 0.054, 0.133)$ .  
Het deel van de tijd dat de machine in werking:  $0.153 + 0.259 + 0.183 + 0.133 = 0.728$ .  
Het deel van de tijd dat de machine in reparatie:  $0.054 + 0.094 + 0.070 + 0.054 = 0.272$ .
- d) Doorzet =  $(\pi_{(1,+)} + \pi_{(2,+)} + \pi_{(3,+)}) \cdot \frac{4}{5} \cdot 24 = 11.04$  producties per dag.
- e) Lange termijn kosten:  $0.728 * \frac{1}{4} * 110 = 20$  euro per uur = 480 euro per dag.
2. a) Bereken  $m_1(A)$  met  $A = \{5\}$ . Antwoord: 13.8 jaar.
- b) Laat  $q_i$  de kans zijn dat je ooit toestand 3 bereikt wanneer je start in toestand  $i$ . Dan  
$$q_1 = \frac{2}{3}q_1 + \frac{1}{4}q_2, \quad q_2 = \frac{1}{8} + \frac{5}{6}q_2$$
  
Dus  $q_2 = \frac{3}{4}$  en  $q_1 = \frac{9}{16}$ . De kans om ooit salarisschaal 3 te bereiken is  $\frac{9}{16}$ .
- c) Kijk bijvoorbeeld in de eerste rij van de matrix  $M(n)$  voor  $n$  groot. De werknemer bevindt zich gemiddeld 3 jaar in salarisschaal 1, 4.5 jaar in salarisschaal 2, 3.94 jaar in salarisschaal 3 en 2.36 jaar in salarisschaal 4. Merk op dat de som van deze 4 getallen gelijk is aan 13.8, het antwoord in a.
- d) Los op  $s = r + s \cdot Q$  met  $r = (20, 5, 0, 0)$ . De oplossing wordt gegeven door  $s = (60, 120, 105, 63)$ .
- e) Het antwoord is  $\frac{1}{12} \cdot 60 + \frac{1}{24} \cdot 120 + \frac{3}{70} \cdot 105 + \frac{1}{6} \cdot 63 = 25$ .