**TECHNISCHE UNIVERSITEIT EINDHOVEN**

Faculteit Wiskunde en Informatica

Uitwerking Toets Stochastische OR (2DD27), 27 september 2011.

---

1. a) Toestandsruimte:{geen component klaar, component 1 klaar, component 2 klaar, beide componenten klaar, produkt klaar}.

$$P = \begin{pmatrix} \frac{1}{9} & \frac{2}{9} & \frac{2}{9} & \frac{4}{9} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Alternatief: Toestandsruimte:{geen component klaar, 1 component klaar, beide componenten klaar, produkt klaar}.

$$P = \begin{pmatrix} \frac{1}{9} & \frac{4}{9} & \frac{4}{9} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

b) Transiente verdeling $a^{(4)}$: $(0.0002, 0.0122, 0.0122, 0.2587, 0.7167)$. De gevraagde kans is $1 - 0.7167 = 0.2833$.

c) Gevraagd: $m_1(5)$. Met MAXIM volgt $m_4(5) = 2, m_3(5) = m_2(5) = 3.5, m_1(5) = 3.875$. Antwoord is dus: 3.875

d) $p_{(w,b,w),(w,w,w)} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{6}$.
(machine 1 en machine 3 ronden beide hun bewerking af)
$p_{(w,b,w),(w,b,w)} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$.
(machine 1 en machine 3 ronden beide hun bewerking niet af)
$p_{(w,b,w),(b,b,w)} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{6}$.
(machine 1 rondt bewerking af, machine 3 niet)
$p_{(w,b,w),(w,b,i)} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$.
(machine 3 rondt bewerking af, machine 1 niet)

e) De limietverdeling volgt met MAXIM: $(0.4179, 0.0557, 0.0923, 0.0261, 0.0557, 0.2600, 0.0923)$.
Doorzet: $(0.4179 + 0.0557 + 0.0557 + 0.2600) \cdot \frac{1}{2} \cdot 60 = 23.68$ produkten per uur.

2. a) Toestandsruimte:{machine werkt, eerste week revisie, tweede week revisie, machine wordt nooit meer gebruikt}.

$$P = \begin{pmatrix} 0.8 & 0.2 & 0 & 0 \\ 0.4 & 0 & 0.4 & 0.2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

b) Laat $\tilde{g}(i)$ de totale produktie zijn bij start in toestand $i$. Dan geldt

$$\begin{aligned}
\tilde{g}(1) &= 1000 + 0.8 \cdot \tilde{g}(1) + 0.2 \cdot \tilde{g}(2) \\
\tilde{g}(2) &= 0.4 \cdot \tilde{g}(1) + 0.4 \cdot \tilde{g}(3) \\
\tilde{g}(3) &= \tilde{g}(1)
\end{aligned}$$

Er volgt $0.04 \cdot \tilde{g}(1) = 1000$. Het gevraagde antwoord is dus $\tilde{g}(1) = 25000$.

(Andere redenering: uit matrix van occupatietijden (voor $n$ heel groot) volgt dat het aantal weken dat machine in werking is gelijk aan 25)

c) Gebruik $s = r + s \cdot Q$ met $r = (r_1, 0, 0)$ en $s_1 = 100$. De oplossing is $r_1 = 4$.

(Andere redenering: machine werkt gemiddeld 25 weken. Om 100 werkende machines te hebben moet je dus 4 nieuwe machines per week aanschaffen)

3. a) Eindklassen: $E_1 = \{2\}, E_2 = \{4\}$. Verder geldt $q_{1,E_1} = \frac{1}{2}, \quad q_{3,E_1} = \frac{3}{5}, \quad q_{5,E_1} = \frac{3}{5}$.
De limietverdeling wordt $(0, \alpha \cdot \frac{1}{2} + (1-\alpha) \cdot \frac{3}{5}, 0, \alpha \cdot \frac{1}{2} + (1-\alpha) \cdot \frac{2}{5}, 0)$.

b) Met $A = \{2, 4\}$ geldt $m_1(A) = 1.5$ en $m_3(A) = 1.8$. De gevraagde tijd is: $\frac{1}{2} \cdot 1.5 + \frac{1}{2} \cdot 1.8 = 1.65$.