

Oude tentamenopgave I (DTMC)

Beschouw de Markov keten met toestandsruimte $S = \{1, 2, 3, 4\}$ en beginverdeling $a^{(0)} = (1/2, 0, 1/2, 0)$.

De overgangsmatrix van de Markov keten wordt gegeven door

$$P = \begin{pmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} .$$

- Bepaal de limietverdeling van de Markov keten.
- Wat is de verwachte tijd dat de Markov keten in de doorgangstoestanden verblijft?

Oude tentamenopgave II (CTMC)

Het vervoer van personen van een groot vliegveld naar een hotel wordt onder andere geregeld met behulp van kleine busjes. Bij één van de uitgangen van het vliegveld kan het aankomstproces van personen die naar het hotel gebracht moeten worden gemodelleerd worden door een Poissonproces met een intensiteit van 12 personen per uur. De busjes die naar het hotel rijden arriveren bij de betreffende uitgang volgens een Poissonproces met intensiteit van 6 busjes per uur. De busjes nemen alle wachtende personen mee en vertrekken direct weer. Aangezien de busjes maar klein zijn besluiten personen die bij aankomst 5 andere wachtenden aantreffen, op een andere manier naar het hotel te gaan.

Oude tentamenopgave II (vervolg)

a). Laat zien dat de limietkansen op de mogelijke aantallen personen bij de wachtplaats gegeven wordt door

$$p_0 = \frac{81}{243}, p_1 = \frac{54}{243}, p_2 = \frac{36}{243}, p_3 = \frac{24}{243}, p_4 = \frac{16}{243}, p_5 = \frac{32}{243}$$

b). Bereken de volgende grootheden:

- Het gemiddeld aantal wachtende personen bij de standplaats.
- Het aantal personen dat gemiddeld per uur op de standplaats gebruik maakt van de busjes.
- De gemiddelde wachttijd van personen die gebruik maken van de busjes.

Oude tentamenopgave III (Vernieuwingsprocessen)

De kansdichtheid van de tijd (in jaren) tot een machine faalt wordt gegeven door

$$f(u) = \begin{cases} u, & \text{als } 0 < u < 1, \\ 2 - u, & \text{als } 1 < u < 2, \\ 0, & \text{anders.} \end{cases}$$

Op het moment dat de machine faalt wordt de machine onmiddellijk vervangen door een nieuwe. De kosten van zo'n correctieve vervanging van de machine zijn 3000 euro. Naast deze correctieve vervangingen van machines, zijn er ook preventieve vervangingen van machines gepland op het moment dat een machine een jaar lang onafgebroken werkt (zonder te zijn stuk gegaan). De kosten van zo'n preventieve vervanging zijn 2000 euro.

Bereken de lange-termijn gemiddelde kosten per jaar.

Oude tentamenopgave IV (Wachtrijtheorie)

Bij een machine arriveren volgens een Poisson proces 5 jobs per uur. De produktietijd van de jobs is exact gelijk aan 10 minuten.

a) Wat is de gemiddelde doorlooptijd (= wachttijd + bedieningstijd) van een job?

Stel nu dat de bedieningstijd niet altijd exact gelijk is aan 10 minuten, maar dat voor een deel α van de jobs geldt dat de bedieningstijd 15 minuten is in plaats van 10 minuten.

b) Voor welke waarden van α geldt dat het systeem stabiel is?

c) Neem nu aan dat $\alpha = 0.2$. Wat is de gemiddelde doorlooptijd van een job?