

TECHNISCHE UNIVERSITEIT EINDHOVEN

Faculteit Wiskunde en Informatica

Uitwerking Tussentoets Wiskunde 2 (2DD50), 18 december 2014, 11.00-12.30 uur.

1. a) $a^{(3)} = a^{(0)} \cdot P^3 = (\frac{1}{9}, \frac{2}{3}, \frac{2}{9}, 0)$.

b) De keten is irreducibel (je kan van iedere toestand in 1 of meer stappen naar iedere andere toestand) en aperiodiek (je kan in 2 of 3 stappen in toestand 2 terugkeren).

c) Los het volgende stelsel vergelijkingen op:

$$\pi_1 = \frac{1}{3}\pi_2,$$

$$\pi_2 = \pi_1 + \pi_4,$$

$$\pi_3 = \frac{2}{3}\pi_2,$$

$$\pi_4 = \pi_3,$$

met normalisatievergelijking: $\pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_4 = 1$. Dit geeft $\pi_1 = \frac{1}{8}, \pi_2 = \frac{3}{8}, \pi_3 = \frac{2}{8}, \pi_4 = \frac{2}{8}$.

d) Kies als kostenvector bijvoorbeeld $c(1) = 0, c(2) = 200, c(3) = 0, c(4) = 0$ om te concluderen dat $g = \sum_{j=1}^4 \pi_j c(j) = 75$. (Alternatieven: $c(1) = 120, c(2) = 0, c(3) = 240, c(4) = 0$ of $c(1) = 120, c(2) = 0, c(3) = 120, c(4) = 120$.)

2. a) Eindklassen: $E_1 = \{1\}, E_2 = \{4\}$. Verder geldt

$$q_{2,E_1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}q_{3,E_1},$$

$$q_{3,E_1} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}q_{2,E_1}.$$

Hieruit volgt $q_{2,E_1} = \frac{3}{5}$ en $q_{3,E_1} = \frac{2}{5}$. De limietverdeling is $(\frac{2}{5}, 0, 0, \frac{3}{5})$.

b) Met $A = \{1, 4\}$ geldt

$$m_2(A) = 1 + \frac{1}{4}m_3(A),$$

$$m_3(A) = 1 + \frac{1}{4}m_2(A).$$

Hieruit volgt $m_3(A) = \frac{4}{3}$.

3. a) Definieer q_i als de kans om ooit toestand 3 te bereiken bij start in toestand i . Dan geldt

$$q_1 = \frac{1}{2}q_1 + \frac{1}{4}q_2,$$

$$q_2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{2}q_2.$$

Hieruit volgt $q_1 = \frac{1}{4}$.

b) Los op $s = r + s \cdot Q$ met $r = (12, 0, 0)$. Dit geeft $s_1 = 24, s_2 = 12, s_3 = 12$.