

Tentamen Meetkunde voor Bouwkunde (2DB60), op dinsdag 25 augustus 2009, 14:00–17:00 uur.

De uitwerkingen van de opgaven dienen duidelijk geformuleerd en overzichtelijk opgeschreven te worden. Motiveer *al* uw antwoorden! Het gebruik van rekenmachine of laptop is **niet** toegestaan. Eventueel benodigde formules vindt u achteraan, evenals de puntentelling.

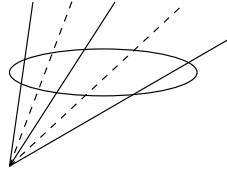
1. Gegeven zijn de rechten $\ell : \underline{x} = (3, 1, 2) + \lambda(4, 3, 1)$ en $m : \underline{x} = (6, -3, 2) + \mu(4, 3, 1)$.
 - a) Toon aan dat de rechten ℓ en m evenwijdig zijn, maar niet samenvallen.
 - b) Bepaal een vergelijking van het vlak door $(3, 1, 2)$ dat loodrecht op ℓ staat.
 - c) Bepaal de afstand tussen de rechten ℓ en m .

2. Gegeven is het vlak V met vergelijking $x - 2y + 2z = 27$.
 - a) Bepaal de afstand van de oorsprong tot vlak V .
 - b) Het vlak V wordt getransleerd over de vector $(0, 4, -5)$. Bepaal een vergelijking van het resulterende vlak W .
 - c) Is het mogelijk een boloppervlak zó tussen de vlakken V en W te plaatsen dat het boloppervlak raakt aan zowel V als W ? Zo ja, bepaal een vergelijking van zo'n boloppervlak. Zo nee, waarom niet?

3. Gegeven zijn de twee vlakken $U : x + z = 0$ en $V : \underline{x} = (3, 0, 1) + \lambda(1, 1, 1) + \mu(0, 1, -1)$
 - a) Bepaal een parametervoorstelling van de snijlijn van U en V .
 - b) Toon aan dat U en V niet loodrecht op elkaar staan.
 - c) Een parametervoorstelling van de rechte door (u, v, w) en loodrecht op U is $\underline{x} = (u, v, w) + \lambda(1, 0, 1)$. Bepaal hiermee de gespiegelde van (u, v, w) in het vlak U .
 - d) Het vlak $W : x - 2y + 2z = 3$ wordt gespiegeld in het vlak U . Bepaal een vergelijking van dit gespiegelde vlak.

Z.O.Z.

4. In het vlak $z = 1$ ligt de cirkel C met parametervoorstelling $\underline{x} = (\cos t, 1 + \sin t, 1)$ voor $0 \leq t \leq 2\pi$. Men construeert een regeloppervlak S als volgt: de rechten van het regeloppervlak gaan door de oorsprong en snijden cirkel C (zie schets).



- a) Stel een parametervoorstelling voor dit regeloppervlak op en laat met behulp hiervan zien dat $x^2 + (y - z)^2 = z^2$ een vergelijking van het regeloppervlak S is.
- b) De doorsnijding van S met het vlak met vergelijking $y = 3$ is een kwadratische kromme. Bepaal een vergelijking van deze kromme in het vlak $y = 3$ en bepaal het type van de kromme (ellips, parabool, hyperbool).
- c) Men roteert het regeloppervlak S om de x -as in positieve richting over een hoek van 90° . Bepaal een vergelijking van het resulterende oppervlak.
5. De eenbladige hyperboloïde K heeft vergelijking $x^2 + y^2 - z^2 = 1$.
- a) K snijdt het boloppervlak $x^2 + y^2 + z^2 = 5$ in twee cirkels. Bepaal parametervoorstellingen van deze cirkels.
- b) Bepaal een vergelijking van het raakvlak aan de hyperboloïde in het punt $(1, 1, 1)$.
- c) Het boloppervlak B heeft middelpunt $(0, 0, 2)$ en raakt aan de hyperboloïde (zie figuur voor een schets). Bepaal de straal van dit boloppervlak.



Zie volgende pagina.

Voor de vraagstukken kunnen de volgende aantallen punten worden behaald:

Vraagstuk 1a:	2 punten	Vraagstuk 3b :	2 punten	Vraagstuk 5b:	3 punten
1b:	2 punten	3c :	3 punten	5c:	3 punten
1c:	3 punten	3d :	2 punten		
Vraagstuk 2a:	3 punten	Vraagstuk 4a :	3 punten		
2b:	2 punten	4b :	2 punten		
2c:	3 punten	4c :	3 punten		
Vraagstuk 3a:	2 punten	Vraagstuk 5a :	2 punten		

Het cijfer wordt bepaald door het totaal der behaalde punten door 4 te delen en af te ronden.

Formules

- Rotatiematrix voor de rotatie in positieve richting om de z -as over een hoek α :

$$\begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Rotatiematrix voor de rotatie in positieve richting om de x -as over een hoek α :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$$