

Tentamen Meetkunde voor Bouwkunde (2DB60), op woensdag 17 juni 2009, 14:00–17:00 uur.

De uitwerkingen van de opgaven dienen duidelijk geformuleerd en overzichtelijk opgeschreven te worden. Motiveer *al* uw antwoorden! Het gebruik van rekenmachine of laptop is **niet** toegestaan. Eventueel benodigde formules vindt u achteraan, evenals de puntentelling.

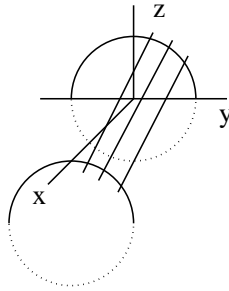
1. Gegeven is het vlak V met vergelijking $x - y + z = 2$ en de rechte ℓ met parameter-
voorstelling $\underline{x} = (7, 2, 3) + \lambda(1, 2, 1)$.
 - a) Laat door berekening zien dat de rechte ℓ geen snijpunten met V heeft (ℓ is dus evenwijdig met V).
 - b) Bepaal de afstand van ℓ tot het vlak V .
 - c) Bepaal een parametervoorstelling van het vlak W dat ℓ bevat en loodrecht staat op V .

2. Voor elke waarde van a is het vlak V_a gegeven door $ay + z = 5$.
 - a) Bepaal de waarde(n) van a waarvoor V_a een scherpe hoek van 45° maakt met het vlak $z = 0$.
 - b) Het vlak $V_2 : 2y + z = 5$ wordt in positieve richting geroteerd over 90° om de z -as. Bepaal een vergelijking van het resulterende vlak W .
 - c) Is het mogelijk een boloppervlak zó te plaatsen dat het middelpunt ervan zich in de oorsprong bevindt en het boloppervlak zowel V_2 als het geroteerde vlak W raakt? Zo ja, bepaal een vergelijking van zo'n boloppervlak. Zo nee, waarom niet?

3. Gegeven zijn de twee vlakken $U : x - 2y + 2z = 3$ en $V : x + z = 0$.
 - a) Laat zien dat de vlakken U en V elkaar snijden in de rechte ℓ met parameter-
voorstelling $\underline{x} = (1, -2, -1) + \lambda(-2, 1, 2)$.
 - b) Vlak U wordt getransleerd over de vector $(1, 1, 1)$. Bepaal een vergelijking van het resulterende vlak U' .
 - c) Bepaal een parametervoorstelling van de snijrechte van U' en V .
 - d) Het vlak U wordt gespiegeld in het vlak V . Bepaal een vergelijking van dit gespiegelde vlak.

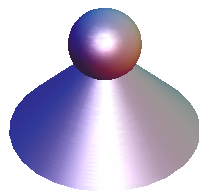
Z.O.Z.

4. In het y, z -vlak ligt de kromme C met parametervoorstelling $\underline{x} = (0, \cos t, \sin t)$, voor $0 \leq t \leq 2\pi$. In het vlak $x = 1$ ligt de kromme D met parametervoorstelling $\underline{x} = (1, \cos s, -1 + \sin s)$, voor $0 \leq s \leq 2\pi$. Men construeert een regeloppervlak S als volgt: de rechten van het regeloppervlak hebben richtingsvector $(1, 0, -1)$ (dus evenwijdig aan het x, z -vlak) en snijden zowel C als D (zie figuur waar delen van enkele rechten getekend zijn).



- Laat zien dat voor elke t met $0 \leq t \leq 2\pi$ de rechte $\underline{x} = (0, \cos t, \sin t) + \lambda(1, 0, -1)$ zowel C als D snijdt.
 - Bepaal een vergelijking van het regeloppervlak S .
 - Het regeloppervlak S wordt gesneden met het vlak $y = 1$. Bepaal een parametervoorstelling van de doorsnijding van S met dit vlak.
5. De kegel K heeft vergelijking $(z - 10)^2 = x^2 + y^2$.
- Bepaal een vergelijking van het raakvlak aan de kegel in het punt $(0, 2, 8)$.
 - De doorsnede van de kegel met het vlak $x = 0$ bestaat uit twee rechten. Bepaal deze rechten.

We bekijken het deel van de kegel tussen $z = 0$ en $z = 8$.



- Een deel van een boloppervlak wordt bovenop dit deel van de kegel geplaatst zodat het boloppervlak onder een hoek van 90° graden aansluit: in elk punt van de kegel met z -coördinaat 8 maken de raakvlakken aan de kegel en aan de bol een hoek van 90° graden (zie schets). Bepaal een vergelijking van het boloppervlak.

Zie volgende pagina.

Voor de vraagstukken kunnen de volgende aantallen punten worden behaald:

Vraagstuk 1a:	2 punten	Vraagstuk 3b :	2 punten	Vraagstuk 5b:	3 punten
1b:	3 punten	3c :	2 punten	5c:	3 punten
1c:	2 punten	3d :	3 punten		
Vraagstuk 2a:	3 punten	Vraagstuk 4a :	2 punten		
2b:	3 punten	4b :	3 punten		
2c:	2 punten	4c :	2 punten		
Vraagstuk 3a:	2 punten	Vraagstuk 5a :	3 punten		

Het cijfer wordt bepaald door het totaal der behaalde punten (plus eventuele bonus) door 4 te delen en af te ronden.

Formules

- Rotatiematrix voor de rotatie in positieve richting om de z -as over een hoek α :

$$\begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Rotatiematrix voor de rotatie in positieve richting om de x -as over een hoek α :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$$