Beknopte antwoorden Meetkunde voor B (3 mei 2005)
Hieraan kunnen geen rechten worden ontleend.

1a. Kijk naar de eerste coördinaat en los op $-2+\lambda=0$. Dit geeft $\lambda=2$ en punt $(0,5,1)$.
1b. Mogelijke parametervoorstelling: $(-2,1,3)+\lambda(1,2,-1)+\mu((4,0,3)-(-2,1,3))$, dus $(-2,1,3)+\lambda(1,2,-1)+\mu(6,-1,0)$.
1c. Eerste coördinaat van de parametervoorstelling moet 0 zijn: $-2+\lambda+6\mu=0$ zodat $\lambda=2-6\mu$. Invullen levert $(-2,1,3)+(2-6\mu)(1,2,-1)+\mu(6,-1,0)$. Vereenvoudigen: $(0,5,1)+\mu(0,-13,6)$.
2a. $\cos\alpha=\dfrac{((a,0,1),(1,0,0))}{\sqrt{a^2+1}\cdot\sqrt{1}}=\dfrac{a}{\sqrt{a^2+1}}$.
2b. Via de spiegeling waarbij (x,y,z) overgaat in $(-x,y,z)$ vind je $W:-ax+z=8$.
2c. Hoekpunten zijn $(0,0,8)$, $(1,0,8-a)$, $(0,1,8)$ en $(1,1,8-a)$. Blijkt een rechthoek te zijn met opspannende zijden $(1,0,-a)$ en $(0,1,0)$. Oppervlakte is dus $\sqrt{a^2+1}$.
3a. Afstand tot $(0,0,0)$: $\sqrt{1^2+(\sqrt{3}/3)^2+\lambda^2}=\sqrt{4/3+\lambda^2}$.
Afstand tot $(1,\sqrt{3},0)$: $\sqrt{0^2+(2\sqrt{3}/3)^2+\lambda^2}=\sqrt{4/3+\lambda^2}$.
Afstand tot $(2,0,0)$: $\sqrt{(-1)^2+1/3+\lambda^2}=\sqrt{4/3+\lambda^2}$.
3b. Afstanden moeten gelijk zijn aan de afstand 2 tussen A en B. Oplossen leidt tot $\lambda=2\sqrt{2}/3$ en $D=(1,\sqrt{3}/3,2\sqrt{2}/\sqrt{3})$.
4a. $z^2=1$, dus $z=1$ of $z=-1$, en $x^2+y^2=8$. Cirkels: $(2\sqrt{2}\cos t,2\sqrt{2}\sin t,1)$ en $(2\sqrt{2}\cos t,2\sqrt{2}\sin t,-1)$.
4b. Roteer een punt (u,v,w) terug over $-45°$ mbv $\frac{1}{2}\begin{pmatrix}2&0&0\\0&\sqrt{2}&\sqrt{2}\\0&-\sqrt{2}&\sqrt{2}\end{pmatrix}$. Dit levert $(u,(v+w)/\sqrt{2},(-v+w)/\sqrt{2})$. Dit punt ligt op cilinder, dus $u^2+(v+w)^2/2=8$. Kortom, vergelijking geroteerde cilinder is $2x^2+(y+z)^2=16$.
Roteren van de twee cirkels met de matrix voor rotatie over $+45°$ geeft:
$(2\sqrt{2}\cos t,2\sin t-\sqrt{2}/2,2\sin t+\sqrt{2}/2)$ en $(2\sqrt{2}\cos t,2\sin t+\sqrt{2}/2,2\sin t-\sqrt{2}/2)$.
5a. Bewuste punt op parabool is $(0,t,t^2)$. Parametervoorstelling van de rechte is dan: $(1,t,0)+\lambda((0,t,t^2)-(1,t,0))$, dwz $(1,t,0)+\lambda(-1,0,t^2)$.
5b. Elimineer t en λ uit $x=1-\lambda$, $y=t$, $z=\lambda t^2$. Uit eerste vergelijking haal je $\lambda=1-x$. Gebruik vervolgens ook de tweede vergelijking om $z=\lambda t^2$ om te schrijven naar $z=(1-x)y^2$.
5c. Uit $(1-x)y^2-z=0$ kun je de normaavector halen via differentiëren: $(-y^2,-2xy,-1)$ voor $x=y=0$. Levert $(0,0,-1)$, dus vlak $z=0$.
5d. Taylor–ontwikkeling van orde 2 van $f(x,y)=(1-x)y^2$ rond $x=y=0$: y^2. Omdat de termen x^2 en xy ontbreken is de kromming dus 0.
6a. Herschrijf vergelijking $2x^2+(2-az)^2=1$ als $2x^2+a^2(z-\frac{2}{a})^2=1$. Middelpunt is dus $(0,2,2/a)$. Cirkel als $2=a^2$, dus als $a=\sqrt{2}$ of $a=-\sqrt{2}$.
6b. Herschrijf $2c^2+(y-az)^2=1$ als $2c^2=1-(y-az)^2$ zodat $c^2\leq 1/2$ en dus $|c|\leq\sqrt{2}/2$. Voor deze waarden van c krijg je twee rechte lijnen:
$y=az+\sqrt{1-2c^2}$ en $x=c$;
$y=az-\sqrt{1-2c^2}$ en $x=c$.
(En één rechte lijn als $c^2=1/2$.)